

Die gebruik van die eindige-element-metode vir die simulatie van grondwatervloei

G.J. van Tonder* en J.F. Botha

Instituut vir Grondwaterstudies, Universiteit van die Oranje-Vrystaat, Posbus 339, Bloemfontein 9300

Ontvang 23 Mei 1988; aanvaar 10 Junie 1988

UITTREKSEL

Ondersoek is ingestel na die gebruik van die eindige-element-metode vir die toepassing in grondwatervloei. Na 'n kort bespreking van die basiese beginsels van die metode, word dit toegepas op die Grootfonteinakwifer waaruit grondwater op groot skaal onttrek word. Die prosedure van yking en toetsing word toegelig.

ABSTRACT

The use of the finite-element method for the simulation of ground water flow.

The present investigation is mostly concerned with the contribution that the finite-element method can make towards the simulation of ground water flow. After a brief introduction to the finite element method, it is applied to the Grootfontein dolomitic aquifer near Mafikeng/Mmabatho. This aquifer yields water for irrigation purposes as well as water for the township. By utilizing the available information a good flow model was constructed for this aquifer. The model is considered calibrated and verified.

1. INLEIDING

Gedurende die afgelope dekade het die gebruik van numeriese metodes in grondwaterstudies algemene praktyk in die wêreld geword. Ook in Suid-Afrika is hierdie metodes vinnig besig om veld te wen. Weens die komplekse aard van die geohidrologiese eienskappe van Suid-Afrikaanse akwifere, kan die beweging van grondwater in hierdie gesteentes slegs suksesvol met behulp van 'n numeriese model voorgestel word.

Die eerste model wat suksesvol deur numeriese metodes gekonstrueer is, is die eindige-verskilbenadering van Pinder en Bredenhoeft (1968)¹ en Pickett en Lonquist (1971).² Die eerste eindige-element-benadering vir grondwatervloei is in 1974 deur Pinder³ geïllustreer. Sedertdien het die gebruik van soortgelyke modelle algemener geword.

Die doel van hierdie artikel is om aan die te toon hoe ondersoek ingestel is na die benutting van grondwater in 'n Suid-Afrikaanse akwifer, met behulp van 'n eindige-element-model wat by die Instituut vir Grondwaterstudies ontwikkel is.⁴

2. GRONDWATERVLOEIVERGELYKING

Grondwaterbeweging vir horisontale 2 D-vloei kan in die algemeen deur die volgende partiële differensiaalvergelyking beskryf word:

$$\partial/\partial x (T_x \partial h/\partial x) + \partial/\partial y (T_y \partial h/\partial y) = S \partial h/\partial t + Q \quad (1)$$

waar

T_x = transmissiwiteit in x-rigting (m^2/dag)

T_y = transmissiwiteit in y-rigting (m^2/dag)

h = watervlakhoopte (meter)

t = tyd (dag)

S = bergingskoeffisiënt van die akwifer

Q = bronne (of sinke) (m^3/dag).

Vergelyking (1) is geldig vir anisotrope media.

Indien aangeneem word dat isotropie geld, d.w.s. $T_x = T_y = T$ en aangeneem word dat T onafhanklik van posisie (i.e. homogeen medium) is, dan is $\partial T/\partial x = 0 = \partial T/\partial y$ en as geen bronne (of sinke) teenwoordig is nie ($Q = 0$) reduseer vgl. (1) na:

$$T(\partial^2 h/\partial x^2 + \partial^2 h/\partial y^2) = S \partial h/\partial t \quad (2)$$

Die wiskundige model (vgl. (2)) is volledig beskryf slegs as die

(a) beheervergelyking (differensiaalverg.); en ook
(b) randvoorwaardes + beginvoorwaardes
gegees is.

Differensiaalvergelyking (2) kan onder andere met behulp van die eindige-verskil of eindige-metode opgelos word. Die eindige-element-metode het in grondwaterstudies egter sekere voordele bo die eindige-verskil-metode. So is dit byvoorbeeld makliker om die rande van 'n akwifer met die eindige-element-metode te benader. Aangesien die eindige-verskil-netwerk reghoekig moet wees, is dit makliker om posisies van boorgate met knooppunte in die eindige-element-netwerk te laat saamval. Hetrogeniteit kan ook makliker met die eindige-element-metode nageboots word.

Vir die randvoorwaardes bestaan twee tipes, naamlik Dirichlet- en Neumann-voorwaardes. Die Dirichlet-voorwaarde spesifiseer 'n konstante waarde van h op die rand, terwyl by 'n Neumann-voorwaarde 'n gegewe vloed oor die rand gespesifiseer word. Die twee voorwaardes kan ook gemeng word by 'n rand van die akwifer.

* Outeur aan wie korrespondensie gerig kan word

3. DIE GALERKIN-EINDIGE-ELEMENT-BENADERING

Galerkin se naam is sinoniem met die eindige-element-metode in grondwaterstudies, aangesien daar spesifiek van sy benadering gebruik gemaak word. Galerkin se metode is gebaseer op 'n geweegde residuprinsiep wat soortgelyk aan die variasiebeginsel (indien dit vir die gebied bestaan) is. Die filosofie onderliggend aan die variasiebeginsel is dat 'n sekere fisiese grootte, soos byvoorbeeld die tempo van energie-oordrag, oor die probleemgebied geminimaliseer word.

Die geweegde residumetode word direk gekoppel aan die differensiaalvergelyking. Die residu by elke punt in die gebied is 'n meting van die graad waarmee die watervlakhoogte nie die vergelyking bevredig nie.

Indien 'n spesifieke geweegde gemiddelde van die residu gedwing word om te verdwyn, dan word die watervlakhoogtes by elke knooppunt in die gebied as 'n stelsel van algebraïese vergelykings verkry.

Vervolgens sal ons Galerkin se metode op die grondwatervergelyking (2) toepas. Die eerste stap is om 'n proefoplossing te definieer (Wang en Anderson (1982)⁵).

$$\hat{h}(x, y, t) = \sum_{L=1}^{NN} h_L(t) N_L(x, y) \quad (3)$$

waar

$h_L(t)$ = watervlakhoogte by tyd t

$\hat{h}(x, y, t)$ = reeksbenadering vir h_L

$N_L(x, y)$ = knooppunt-basisfunksie.

Die onderskrif L dui die knooppuntnommer aan, terwyl NN die totale aantal knooppunte in die gebied is.

Vervolgens word daar NN voorwaardes benodig om die NN -waardes van h_L te bereken. In die Galerkin-metode word gespesifiseer dat die produk van die differensiaalvergelyking en die basisfunksies se residu nul moet wees indien daar oor die hele gebied geïntegreer word.

$$\iint_D \left(\frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial y^2} - \frac{S}{T} \frac{\partial \hat{h}}{\partial t} \right) N_L(x, y) dx dy = 0 \quad (4)$$

waar $L = 1, 2, \dots, NN$, en D aandui dat die integrasie oor die hele gebied gedoen word. Die deel in hakies word die residu genoem. Indien die proefoplossing die differensiaalvergelyking eksak bevredig, sal die residu orals in die gebied nul wees. Die residu is dus 'n maatstaf van hoe die proefoplossing nie die differensiaalvergelyking bevredig nie.

Die oorspronklike Galerkin-formulering het vereis dat N_L oor die hele gebied gedefinieer moet word. Deur N_L egter net oor 'n klein subgebied te definieer as stuksgewys kontinu, het aanleiding tot 'n effektiewer numeriese skema gegee. Vir hierdie benadering word aanvaar dat $N_L = 1$ by knooppunt L in 'n klein subgebied en $N_L = 0$ daarbuite.

Deelgewyse integrasie van vergelyking (4) veroorsaak dat 'n een-orde-laer-vergelyking gekry word, en dit vereenvoudig die integraalberekennings aansienlik en skakel probleme soos diskontinuiteite van die tweede afgeleide van die basisfunksies uit. Vergelyk-

ing (4) kan nou geskryf word as:

$$\begin{aligned} \iint_D \left(\frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \frac{\partial N_L}{\partial x} + \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} \frac{\partial N_L}{\partial y} \right) dx dy + \iint_D \frac{S}{T} \frac{\partial \hat{h}}{\partial t} N_L dx dy \\ = \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial \hat{h}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} n_y \right) N_L d\sigma \end{aligned} \quad (5)$$

waar Γ die rand van D is, δ 'n veralgemeende veranderlike wat afstand om die rand voorstel en n_x en n_y die komponente van 'n eenheidsvektor loodreg op Γ . Die tweede term aan die regterkant van (5) stel die produk van die vloed en die basisfunksie op die rand voor.

Vir die toepassing van die Galerkin-metode op 'n gebied wat in reghoekige elemente verdeel is, word die basisfunksie vir elke element gegee deur:

$$\hat{h}^e(x, y, t) = N_i^e(x, y) h_i(t) + N_j^e(x, y) h_j(t) + N_m^e(x, y) h_m(t) + N_n^e(x, y) h_n(t) \quad (6)$$

waar

$$\begin{aligned} N_i^e(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a} \right) \left(1 - \frac{y}{b} \right) \\ N_j^e(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a} \right) \left(1 - \frac{y}{b} \right) \\ N_m^e(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a} \right) \left(1 + \frac{y}{b} \right) \\ N_n^e(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a} \right) \left(1 + \frac{y}{b} \right) \end{aligned} \quad \text{en} \quad \begin{aligned} 2a &= x_j - x_i = x_m - x_n \\ 2b &= y_n - y_i = y_m - y_j \end{aligned}$$

waar e die element voorstel en i, j, m en n die knooppunte van element e is.

Die vier elementbasisfunksies se vergelykings is in terme van die globale koördinaatsisteme geskryf, wat beteken dat die element se middelpunt ook die koördinaatsisteme se oorsprong beskryf. Vergelyking (5) kan in matriksvorm geskryf word as

$$[G]\{h\} + [P]\{\partial h / \partial t\} = \{f\} \quad (7)$$

Die G -matriks word die geleidingsmatriks genoem, terwyl die P -matriks die styfheidsmatriks genoem word. Die elemente van die G -matriks is:

$$\begin{aligned} G_{L,i}^e &= \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial N_L^e}{\partial x} + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_L^e}{\partial y} \right) dx dy \\ G_{L,j}^e &= \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left(\frac{\partial N_j^e}{\partial x} \frac{\partial N_L^e}{\partial x} + \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \frac{\partial N_L^e}{\partial y} \right) dx dy \\ G_{L,m}^e &= \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left(\frac{\partial N_m^e}{\partial x} \frac{\partial N_L^e}{\partial x} + \frac{\partial N_m^e}{\partial y} \frac{\partial N_L^e}{\partial y} \right) dx dy \\ G_{L,n}^e &= \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left(\frac{\partial N_n^e}{\partial x} \frac{\partial N_L^e}{\partial x} + \frac{\partial N_n^e}{\partial y} \frac{\partial N_L^e}{\partial y} \right) dx dy \end{aligned} \quad (8)$$

waar $L = i, j, m$ en n .

Die P -matriks se elemente is soos volg:

$$\begin{aligned} P_{L,i}^e &= \frac{S}{T} \int_{-a}^a \int_{-b}^b N_i^e N_L^e dx dy \\ P_{L,j}^e &= \frac{S}{T} \int_{-a}^a \int_{-b}^b N_j^e N_L^e dx dy \end{aligned}$$

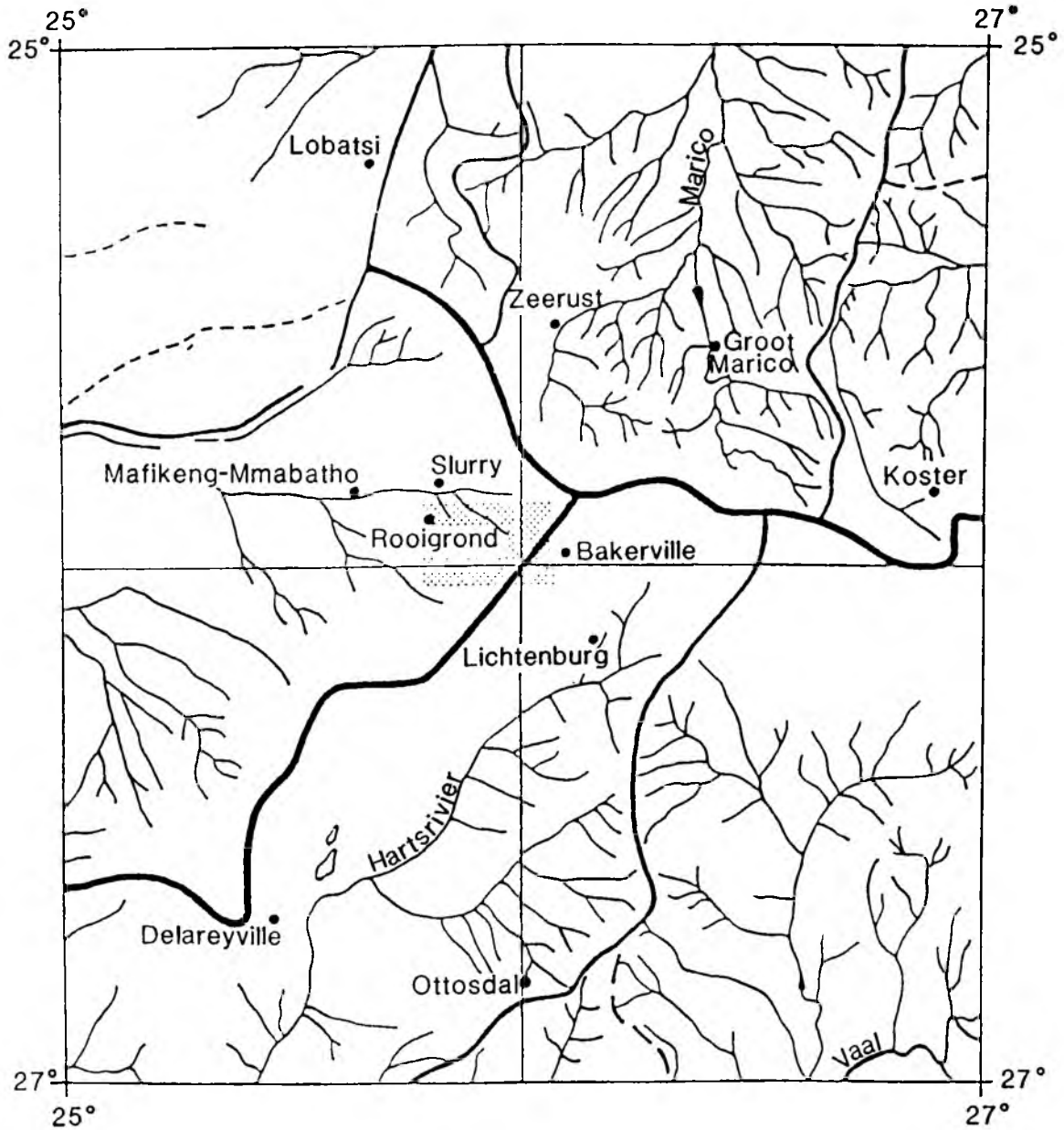
$$P_{L,m}^c = \frac{S}{T} \int_{-a}^a \int_{-b}^b N_m^c N_L^c dx dy \quad (9)$$

$$P_{L,n}^c = \frac{S}{T} \int_{-a}^a \int_{-b}^b N_n^c N_L^c dx dy$$

waar L = i,j,m,n en {f} die vektormatriks is wat die randvoorwaardes bevat.

4. TOEPASSING VAN DIE GALERKIN-EINDIGE-ELEMENT-METODE

Om te illustreer hoe die eindige-element-metode in grondwaterstudies toegepas word, is ondersoek ingestel na die benutting van grondwater in die Grootfonteinkompartment in Wes-Transvaal. Die lokaliteitskaart van die studiegebied word in figuur 1 geïllustreer.



VERKLARING

DREINERINGSSTREEKGRENSE		ANDER	
	Hoof		Studiearea
	Sub		Riviere
	Klein		

FIGUUR 1: Lokaliteitskaart van die studiegebied.

Die Grootfonteinkompartement wat in Wes-Transvaal tussen Lichtenburg en Mafikeng geleë is, is huidig een van die hoogs benutte dolomietakwifere in Suid-Afrika. Sowel Mafikeng as Mmabatho is uitsluitlik op grondwater uit hierdie akwifere aangewese. Verder vind daar grootskaalse besproeiing van sowel winter- as somergewasse uit die akwifere plaas. Om beheer oor die bedryf van die sisteem te optimeer is dit in Augustus 1963, by wyse van proklamasie, tot Ondergrondse Waterbeheergebied verklaar.

Gedurende 1 Julie 1983 tot 30 Junie 1984 is 7 miljoen³ water by die Grootfonteinooi vir Mafikeng en Mmabatho onttrek, terwyl 8 miljoen m³ deur die plaaslike boere onttrek is.

Teen 'n bevolkingsaanwaskoers van 12 persent tot 1990 en 9 persent tot die jaar 2000 sal die verwagte waterverbruik van Mafikeng en Mmabatho 38 miljoen m³ teen die jaar 2000 wees.

4.1. Fisiografie

Die gebied is 'n tipiese karstlandskap met 'n baie plat topografie. 'n Val van 50 m kom van oos na wes oor 'n afstand van 16 km voor. Die droë Moloprivier dreineer die akwifere vanaf die oostekant in 'n noordwestelike rigting. Die gemiddelde jaarlikse reënval is 560 mm.

4.2 Geologie

Verskeie persone het al geologiese, geohidrologiese en geofisiese werk in die gebied uitgevoer (onder andere Von Backström 1952,⁶ Bredenkamp 1984,⁷ Bredenkamp en Janse van Rensburg 1983,⁸ en Van

Tonder *et al* 1986⁹).

Die Ventersdorpsupergroep oorkoers die granietgneisvloergesteente in die studiegebied. Die Transvaalopvolging bevat die Chunniespoortgroep waarvan die Malmanisubgroep 'n onderafdeling is. Die formasies Swartrif, Oaktree, Monte Christo en Lyttelton is onderverdelings van die Malmanisubgroep.

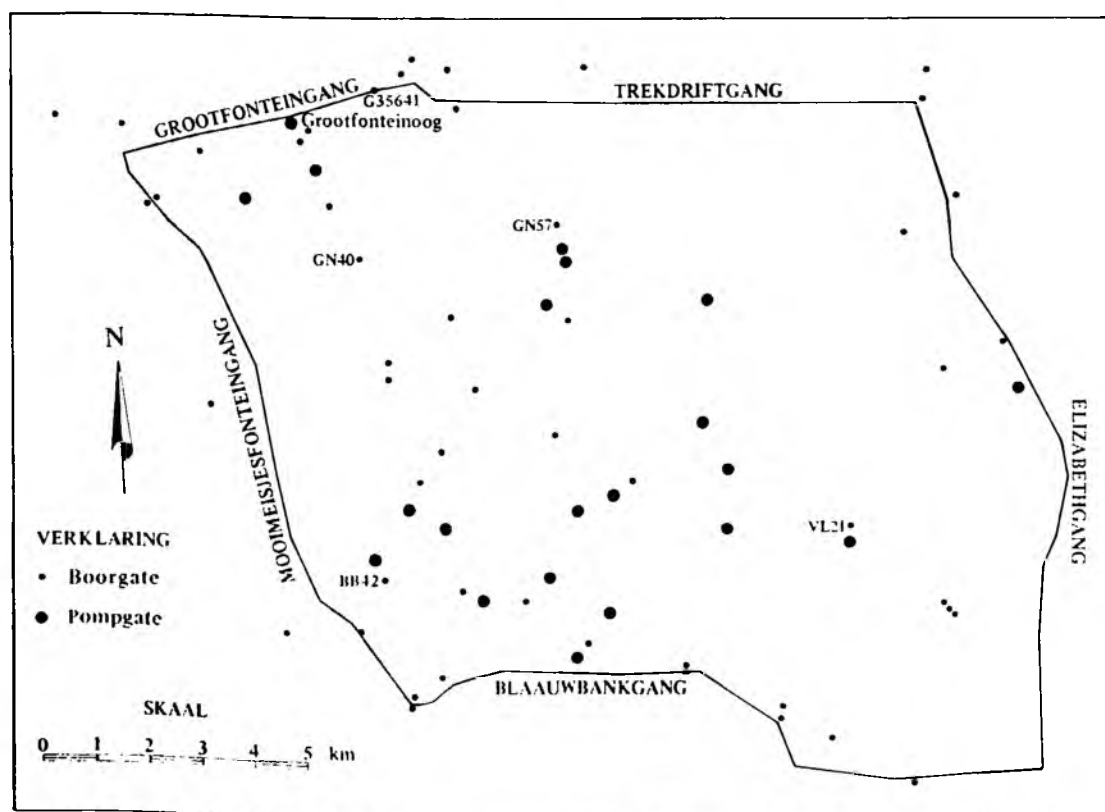
In die westelike gedeelte kom dagsome van die Oaktreeformasie voor en word deur donkerkleurige chertvrye dolomiet gekenmerk. Die Monte Christoformasie bestaan hoofsaaklik uit 'n chertvrye, ligkleurige dolomiet wat ooswaarts in dikte toeneem en waarskynlik die belangrikste grondwaterdraer in die gebied is. Die Lytteltonformasie dagsoom in die noordoostelike deel en word gekenmerk deur 'n donkergrys dolomiet met sjokoladebruin verwerking, met relatief min chert en dus relatief min grondwater.

Die Grootfonteinkompartement (sien figuur 2) word begrens deur 'n aantal diabaasgange, naamlik die Blaauwbank-, Grootfontein-, Trekdrift-, Elizabeth-, Grasfontein-, Stryd-, Mooimeisjesfontein- en Verliesgange. Die invloed van hierdie gange op die grondwatersisteem sal in die volgende paragraaf bespreek word.

4.3. Geohidrologie

By 'n grondwatermodel speel die gedrag van die fisiese verskynsel op die rand van die gebied 'n baie belangrike rol. Dit beteken dat vir 'n akkurate model die posisies van hierdie rand en die gedrag van die watervlakke op die rand goed bekend moet wees.

Die noordelike grens van die kompartement word deur die Grootfontein- en Trekdrifgange gevorm.



FIGUUR 2: Die Grootfonteinkompartementgrense tesame met die boorgate. Die produksieboorgate is donkerder garseer.

Toetsboorgate het getoon dat die Grootfonteingang hoogstens 20 meter breed en semideurlatend is. Die verskil van 6 m in grondwatervlak noord en suid van die Grootfonteingang by die Grootfonteinooog word hierdeur verklaar.

Die Trekdriftgang is smal en die grondwatervlakverskil aan weerskante van die gang is 4 m met die laer vlak aan die noordekant daarvan. Dit is dus duidelik dat daar tog lekkasie noordwaarts oor die Grootfontein- en Trekdriftgang kan plaasvind.

Pomptoetse het getoon dat die Mooimeisjesfonteingang, wat die westelike grens van die kompartement vorm, se deurlatendheid laag is. Daar is egter nie 'n aanmerkbare verskil in grondwatervlak aan weerskante van die gang nie. (Dit is ongeveer 1 m met die laer grondwatervlak aan die westekant.) Nogtans sal die verskil in die grondwatervlak verseker dat water oor die gang lek.

Die suidelike grens van die kompartement word deur die prominente Blaauwbankgang gevorm. Grondwatervlakke is tot 12 m hoër aan die suidekant van die gang as aan die noordekant. Die moontlikheid van lekkasie deur die gang word dus as gering geag.

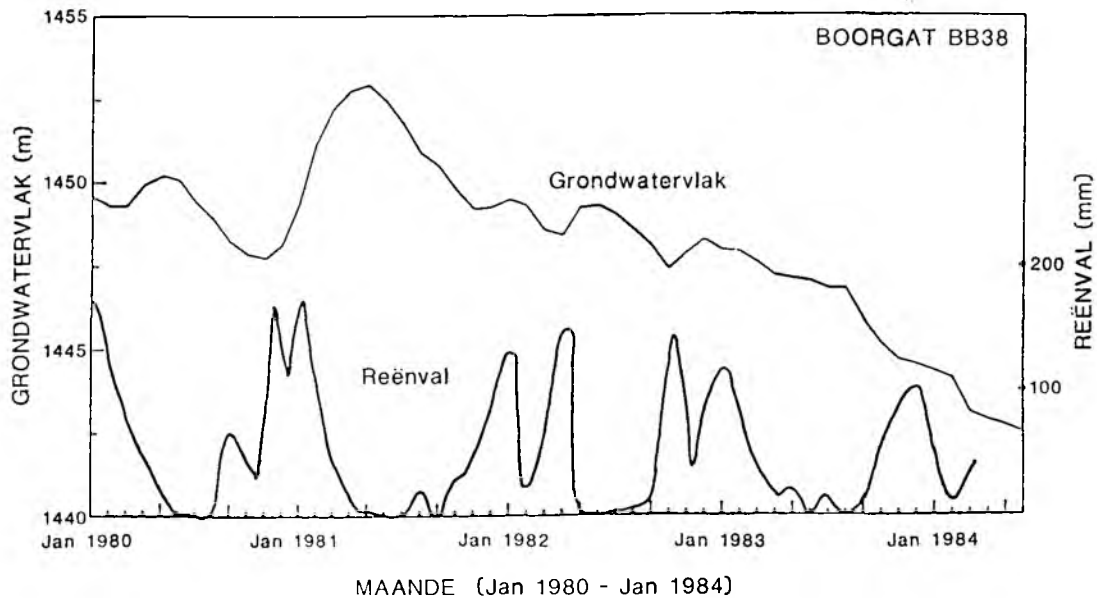
Aan die oostekant word die kompartement deur die Elizabethgang begrens, wat ook redelik dig blyk

te wees na aanleiding van geen lewerings uit toetsboorgate nie. Die grondwatervlakverskil is 2 m aan weerskante van die gang (met die laer vlak aan die weste).

Daar bestaan nie duidelikheid oor die suidoostelike grense van die kompartement nie. Hier is daar minstens drie, te wete die Grasfontein-, Stryd- en Blaauwbankgange aanwesig. Volgens Bredenkamp (1984)⁷ blyk dit dat die gebied La Reys Stryd 53 IO tussen die Grasfontein- en Blaauwbankgange deel van die Grootfonteinooog se opvanggebied vorm. Dit wil dus voorkom of die Grasfontein- en Strydgange redelik deurlatend is. Daar is derhalwe besluit om die Blaauwbankgang ook hier as grens te gebruik. Sedert 1974 is grondwatervlakke van 38 boorgate op 'n maandelikse basis in die Grootfonteinkompartement gemonitor. Figuur 3 toon die grondwatervlak in die kompartement vir Januarie 1980, wat toon dat die normale vloeiing van die grondwater vanuit die suidooste en ooste na die weste en noordweste is. Waarnemings het getoon dat die grondwatervlak in die kompartement binne drie tot vier dae na goeie reënbuie van 25 mm en hoër reageer. Gedurende die periode November 1980 tot April 1981 het grondwatervlakke 'n styging getoon weens aanvulling as gevolg van goeie reën, maar sedertdien vertoon



FIGUUR 3: Grondwatervlakkontoerkaart van die Grootfonteinkompartement vir Januarie 1980.

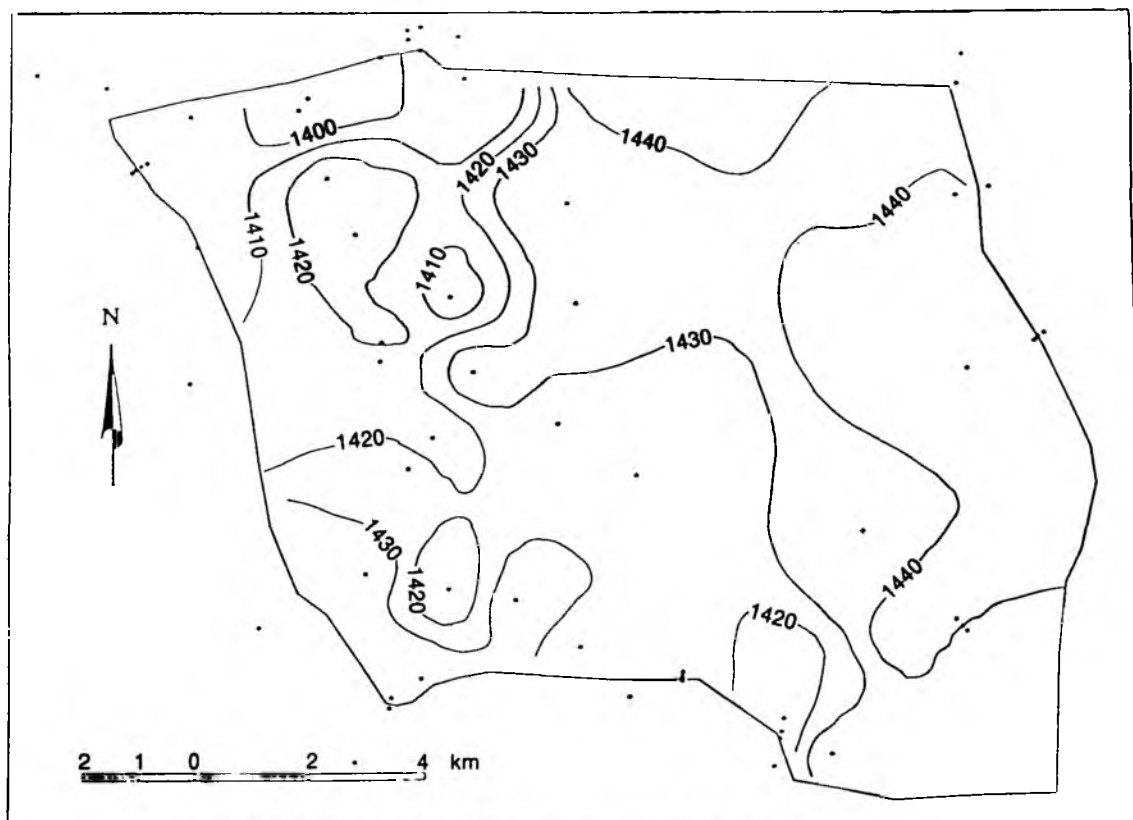


FIGUUR 4: Reaksie van 'n boorgat se watervlak oor 53 maande, strekkende vanaf Januarie 1980 tot Junie 1984.

watervlakke 'n kontinue daling (soos in figuur 4 geïllustreer). Die reënval by die Grootfonteinooig vir die jaar Oktober 1980 tot September 1981 beloop 738 mm teenoor die 470 mm van die daaropvolgende jaar. By die dienooreenkomstige reënvalsyfers by die Slurry in figuur 4 moet hierdie afwyking dus in gedagte gehou word. Nog 'n rede vir die groter daling wat boorgate toon, niteenstaande die reënval van Januarie 1982, is die feit dat boere meer gedurende hierdie periode gepomp het.

Die kontoere van die bodemrotselewasies (onverwerde dolomiet) (in figuur 5 aangestip) toon dat daar 'n val van die ooste na die weste en noordweste voorkom.

Die T-waardes (transmissiwiteite) wat uit pomp-toetse bereken is, wissel van 1 tot 23 000 m² per dag. Hierdie geweldige wye verspreiding in T-waardes kan toegeskryf word aan die heterogene en moontlik anisotropiese toestande wat so kenmerkend van 'n dolomitiese grondwaterdraer is. Volgens pomp-toetse is



FIGUUR 5: Bodemrotskontoere van die kompartement.

die T-waarde van die grondwaterdraer in die omgewing van die Grootfonteinooq tussen 11 000 m² en 23 000 m² per dag beraam. Die T-waardes van die diabaasgange, verkry uit pomptoetse, dui op waardes wat wissel van onmeetbaar klein tot 16 m² per dag. Verder is die T-waardes van die Monte Christoformasie hoër as dié van die Lyttleton- en Oaktreeformasies.

4.4. Konstruksie en yking van die numeriese model

Die implementering van die eindige-element-metode vir die voorspelling van die vloei van grondwater is reeds voorheen deur Pinder en Gray (1977)¹⁰ bespreek. Die opstelling van die eindige-element-netwerk (in figuur 6 geïllustreer) het die konstruering van driehoekige elemente oor die gebied behels met inagneming van topografie, grondwatervlakke, geologie, fonteine, boorgatposisies en grense.

By die opstel van die netwerk is daar gepoog om die geologiese en fisiese eienskappe van die kompartement so doeltreffend moontlik na te boots. Die gange in die gebied is byvoorbeeld as 'n dubbele ry klein, smal elemente voorgestel. Dit verseker dat die vloei van grondwater makliker beheer kan word deur eenvoudig die T-waardes by die ry smal elemente wat die gange naboots, te vergroot of te verklein. Verder is gepoog om die regionale grondwatervloeiopatroon na te boots deur die groottes van die elemente ooreenkomstig die verspreiding in grondwatervlakkontoere te laat varieer.

In die opstelling van die netwerk is dit noodsaaklik om daarop te let dat die implementering van die metode vereis dat die posisies van produksieboorgate moet saamval met knooppunte in die netwerk. Vir

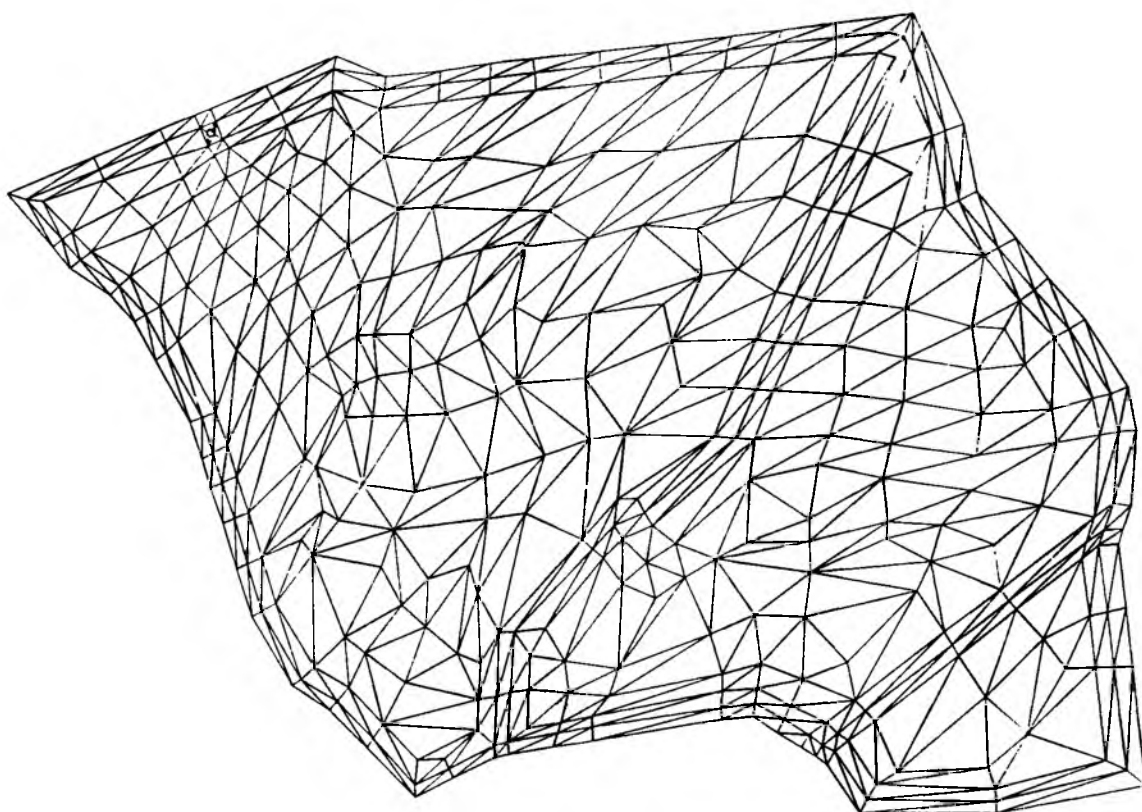
ykingsdoeleindes is dit ook gerieflik om die knooppunte so te kies dat dit saamval met posisies van waarnemingsboorgate wat gemonitor word.

Aangesien die hoeveelheid onttrekking by die oog op 'n maandelikse basis beskikbaar is en die pomp-tempo's dus vir twee opeenvolgende maande verskil, is besluit om van maandelikse tydskappe gebruik te maak. Tabel 1 toon die maandelikse onttrekkings-tempo's vanaf Januarie 1983 tot Desember 1983.

Aangesien die grondwatervlakke in die Grootfonteinokompartement op die grense van die akwifer

TABEL I
Maandelikse onttrekkingstempo's vir bestaande boorgate by die Grootfonteinooq in die Grootfonteinokompartement vir die periode Januarie 1983 tot Desember 1983 (m³/maand).

MAAND	ONTTREKKING
Jan.	316045
Feb.	361584
Maart	297290
April	283898
Mei	318711
Junie	214272
Julie	466023
Aug.	530317
Sept.	554404
Okt.	607072
Nov.	632090
Des.	577101



FIGUUR 6: Eindige-element-netwerk gebruik in hierdie studie.

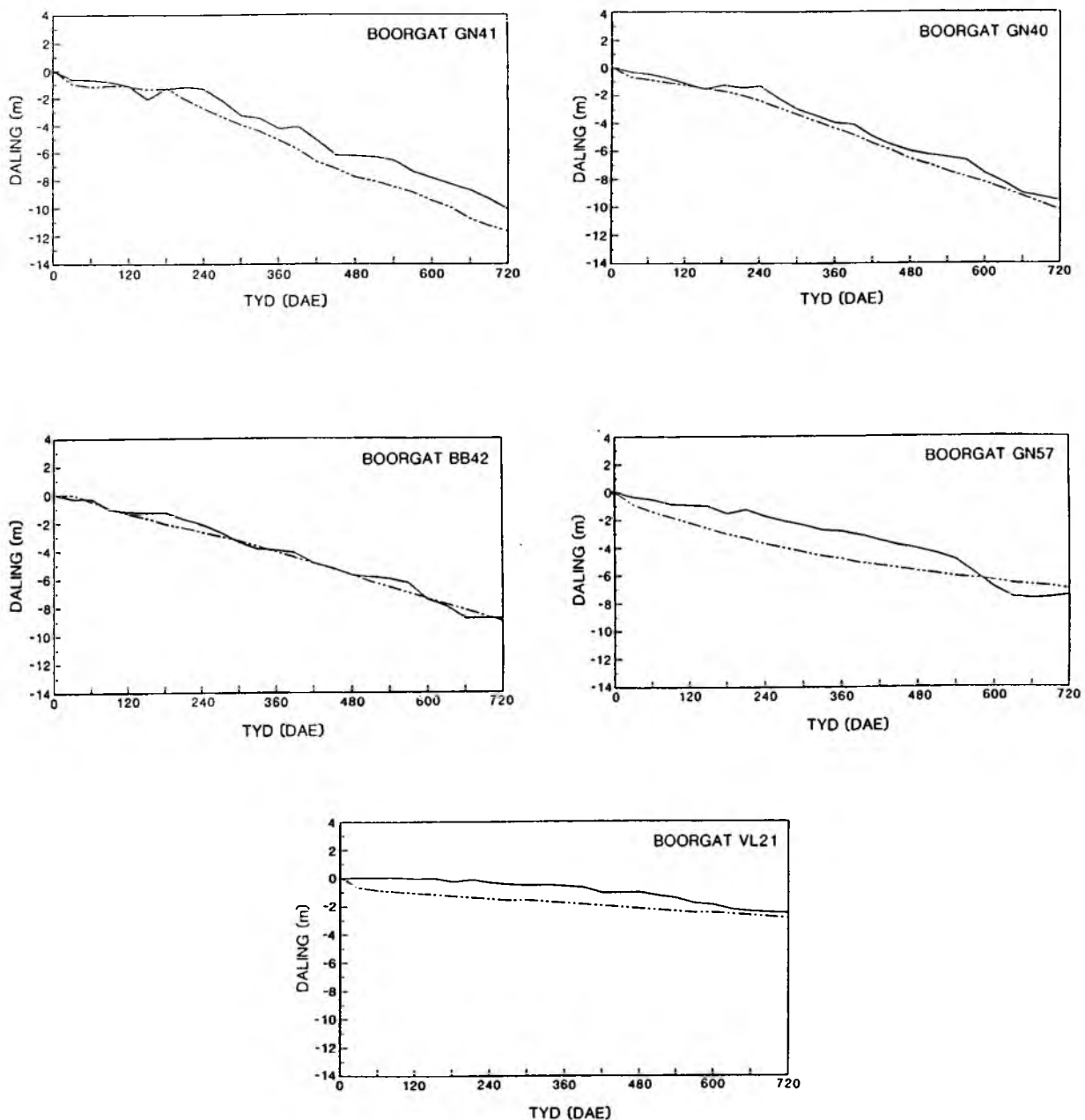
varieer, is besluit om eerder van Neumann-randvoorwaardes gebruik te maak waar 'n spesifieke vloed in of uit die akwifer beweeg. Dit kan geregtig word aangesien daar 'n mate van sekerheid bestaan oor die hoeveelheid grondwater wat die sisteem binnekom en verlaat na aanleiding van lekkasiebepalings wat oor die grense met behulp van Darcy se wet uitgevoer is.

Die grondwatervlakke vir Desember 1982 is as beginvoorwaarde vir die model gebruik, aangesien die grondwatervlak vanaf hierdie tyd vir die volgende jaar (met ondergemiddelde reën) 'n algemene daling getoon het wat toestande vereenvoudig en aanvulling in 'n mate minimaliseer. Boonop was onttrekking deur boere weens die droogte naby maksimum en kon

daar dus 'n akkurate skatting van die pomptempo's gemaak word aan die hand van die besproeiingspermitte. Daar het ook geen fonteinvloei plaasgevind nie en die presiese onttrekkings by die oog via boorgate was dus bekend.

Die yking van die model het gedurende Desember 1982 tot Desember 1983 geskied, terwyl die model getoets is gedurende die periode Desember 1983 tot Desember 1984.

Gedurende die ykingsperiode is gepoog om die grondwatervlakke met so 'n klein as moontlik afwyking tussen waargenome en voorspelde grondwatervlakke te voorspel. Figuur 7 toon in welke mate daarin geslaag is om die grondwatervlakke in die



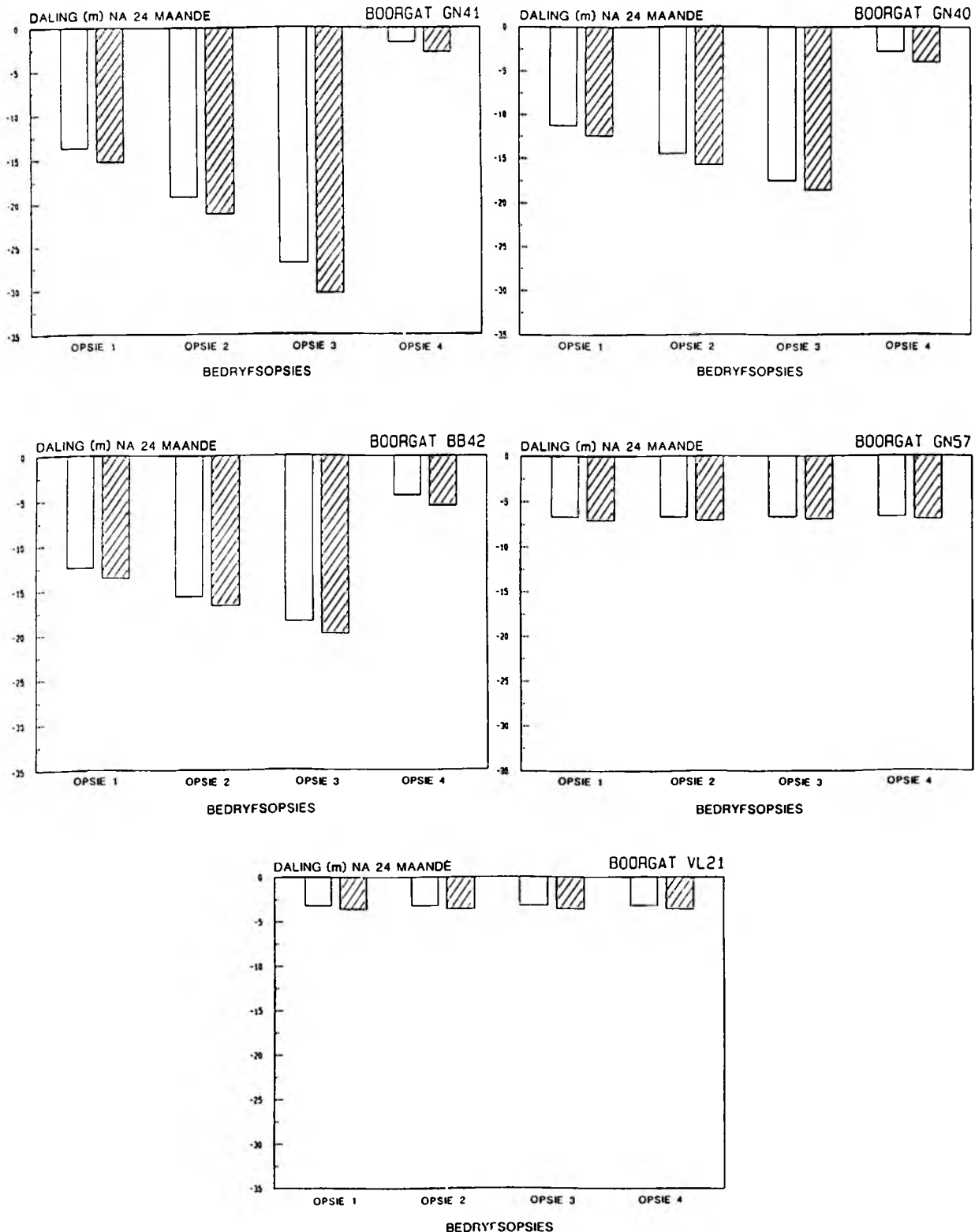
FIGUUR 7: Vergelyking tussen die werklike (soliede lyn) en voorspelde (stippellyn) watervlak vir die ykings- en toetstydperk.

kompartement na te boots deur na vyf van die waarnemingsboorgate wat oor die gebied versprei is (GN41, GN40, BB42, GN57 en VL21), te kyk. Figuur 7 toon ook die gemete en voorspelde watervlakke oor die daaropvolgende toetsperiode. Oor die algemeen lyk dit asof die model die fisiese toestande soos waargeneem, redelik goed naboots. Die model kan dus nou as voldoende beskou word om korttermyn voorspellings toe te laat.

4.5. Modeltoepassings

Om te sien hoe die akwifer oor 'n tweejaarperiode sal reageer indien meer grondwater by die Grootfonteinooog onttrek, is die volgende bedryfsopsies bestudeer:

- 'n onttrekkingstempo van 7,3 miljoen m³/a by die Grootfonteinooog (1984 se onttrekkingstempo);



FIGUUR 8: Reaksie van die grondwatervlakke by 5 boorgate in die kompartement vir die 4 verskillende bedryfsopsies. Die gearseerde gedeelte stel daling sonder aanvulling en die wit gedeelte daling met gemiddelde aanvulling voor.

- 'n 25% verhoging op die 1984 onttrekking by die Grootfonteinooog (9,2 miljoen m³/a);
- 'n 50% verhoging op die 1984 onttrekking by die Grootfonteinooog (11 miljoen m³/a);
- 'n 7,3 miljoen m³/a onttrekking by die Grootfonteinooog tot en met Augustus 1985, waarna geen verdere onttrekking by die Grootfonteinooog plaasvind nie.

'n Onttrekkingstempo van 8 miljoen m³/a (= die toegekende kwota) deur die boere is vir elk van hierdie opsies gebruik. Figuur 8 toon hoe vyf van die waarnemingsboorgate (dieselfde boorgate as die in die vorige paragraaf) gereageer het op hierdie opsies. Die volgende blyk uit hierdie modelle:

- 'n Verhoging in onttrekkingstempo by die Grootfonteinooog neig om die gebied in die Blaauwbankomgewing te ontwater eerder as in die oostelike deel van die kompartement.
- Alhoewel grondwatervlakdalings by die Grootfonteinooog groot sal wees na 24 maande met 'n verhoging in onttrekkingstempo's van 25% en 50%, sal genoemde onttrekkingstempo's vir hierdie periode gehandhaaf kan word.

5. GEVOLGTREKKING

Hierdie studie het getoon dat die eindige-element-metode nuttig deur geohidroloë in SA gebruik kan word om ons grondwaterbronne beter te verstaan. Die groot voordeel van die metode lê moontlik in die feit dat hierdie modelle op mikrorekenaars

geïmplementeer kan word. Dit het dus nou moontlik geword om 'n akwifereer met so 'n model te bestuur.

VERWYSINGS

1. Pinder, G.F. en Bredehoeft, J.D. (1968). Application of the digital computer for aquifer evaluation, *Water Resources Research*, vol. 5, 1069-1093.
2. Prickett, T.A. en Lonquist, C.G. (1971). Selected digital computer techniques for groundwater resource evaluation, Illinois State Water Survey, Urbana, *Bulletin 55*.
3. Pinder, G.F. (1974). Galerkin-finite element models for aquifer simulation, Water Resources Program Report, Princeton University, USA.
4. Van Tonder, G.J. en Cogho, V.E. (1987). AQUAMOD: 'n twee-dimensionele eindige-element-simulasieprogram vir mikrorekenaars vir die voorspelling van versadigde grondwatervloei en besoedeling, *Water SA*, vol. 13, no. 3, 175-180.
5. Wang, H.F. en Anderson, M.P. (1982). *Introduction to groundwater modelling. Finite difference and finite element methods* (W.H. Freeman and Company, USA).
6. Von Backström, J.W. (1952). Die geologie van die gebied om Lichtenburg: Toeligtig van blad 54, Geol. Opn., SA.
7. Bredenkamp, D.B. (1984). Effek van grootskaalse pompery op die Grootfonteinkompartement. Ongepubl. verslag GH 3321, Afdeling Geohidrologie, Dept. Waterwese, SA.
8. Bredenkamp, D.B. en Janse van Rensburg, H. (1983). Onderzoek na die lewering van die Grootfontein- en Polfonteinkompartement aan die hand van 'n eindige-verskil-model. Ongepubl. verslag GH 3291, Afdeling Geohidrologie, Dept. Waterwese, SA.
9. Van Tonder, G.J., Janse van Rensburg, Botha, J.F. en Bredenkamp, D.B. (1986). Die modellering van grondwatervlakke in die Grootfonteinkompartement in Wes-Transvaal. *Water SA*, Vol 12, no. 3, 151-160.
10. Pinder, G.F. en Gray, W.G. (1977). *Finite element simulation in surface and subsurface hydrology* (Academic Press, London, 1st edition) 295.