

# Tegniese vir die verbetering van die akkuraatheid van frekwensiemetings op protonpresessieseine

Ontvang 27 Mei 1996; aanvaar 20 September 1996

## ABSTRACT

### *Techniques for improving the accuracy of frequency measurements on proton precession signals*

*A statistical data processing technique has been implemented by which a significant improvement in accuracy can be achieved when measuring the frequency of noisy sinusoidal signals with an exponential amplitude decay as is the case with free proton precession signals (originating from a proton magnetometer sensor), where the highest accuracy is desired for the shortest observation time. A least square error curve fit method was used and weighing factors were introduced to compensate for the exponential decay of the signal into the noise floor. Additionally, a hardware demodulation process was implemented, enabling a higher quantizing accuracy to be achieved using the same frequency counter clock. Both techniques were realised with appropriate hardware and software and the results confirm the improvement in accuracy.*

## 1. INLEIDING

Hierdie projek het eerstens ten doel die ondersoek van die rol van weegfaktore by die kleinste-kwadraatfout-metode, soos aangewend vir die bepaling van die frekwensie van 'n protonpresessiesein.<sup>1,2</sup> Tweedens is 'n demodulasieproses ingevoer om 'n eenvoudiger en goedkoper meetbaan te verkry wat 'n beter akkuraatheid lewer met relatief minder kompleksiteit.

Die sinusvormige sein waaruit die frekwensie-inligting onttrek moet word, kan wiskundig soos volg voorgestel word:

$$V(t) = A e^{-\nu t} \sin(2\pi f_s t) + n(t) \quad (1)$$

waar

$f_s$  die onbekende frekwensie is wat bepaal moet word en  $n(t)$  die ongewenste ruiskomponent is wat as stasionêre Gauss-noubandruis met 'n nulgemiddeld beskou kan word.

Vir die eksperimentele ondersoek is 'n 1250 Hz nagebootsde presessiesein met 'n vervaltydskonstante van 0,89 sekondes gebruik. Die 1250 Hz-sein is verkry deur 'n baie stabiele 9,6 MHz-kristalklok deur 7680 te deel, waarna dit gefilter en vermenigvuldig is met 'n eksponensieel-wegsterwende spanning. Verstelbare bandbeperkte ruis is by laasgenoemde sein getel.

## 2. MEETTEGNIK

Om die akkuraatste estimasie van die parameter te kan behaal, soos gedefinieer in (1), word al die tydstippe waar die sein positiewe oorgange deur die nul spanningsvlak maak met behulp van 'n nulkruisingsdetektor bepaal. Voordat die krommepassing op die tydstippe gedoen kan word, moet dit eers deur 'n hoëfrekwensie-tellerbaan gekwantifiseer word. Die tellerbaan word geklok deur 'n baie stabiele verwysingskloksein. Omdat die kwantifiseringsakkuraatheid bepaal word deur die hoeveel-

heid tellerperiodes wat in elke siklus van die sein kan inpas, kan die meetproses se akkuraatheid verbeter word deur van 'n hoër tellerfrekwensie gebruik te maak relatief tot die frekwensie van die presessiesein. Indien die seinfrekwensie egter met 'n vaste hoeveelheid afgeskuif word deur gebruik te maak van 'n afmengtegniek bekend as enkelsyband-amplitude-demodulasie, kan 'n hoër kwantifiseringsakkuraatheid verkry word met dieselfde verwysingsklok. Met 'n vaste draerfrekwensie van 1100 Hz word die presessiesein se frekwensie van 1250 Hz afgeskuif na 150 Hz, wat 'n akkuraatheid van 12,5 dele per miljoen met 'n tellerklokkfrekwensie van 12 MHz lewer. Dit is in teenstelling met 104 dele per miljoen sonder demodulasie. Daar word dus 'n faktor 8,33 verbetering in akkuraatheid deur die demodulasie bewerkstellig, mits die 1100 Hz-draersein 'n stabiliteit van beter as 5 dele per miljoen het. Hierdie afmengproses hou 'n paar voordele in in terme van die praktiese realisering van die meetbaan. Vir 'n akkuraatheid van 12,5 dele per miljoen sou 'n klokkfrekwensie van 100 MHz benodig word om 'n 1250 Hz te kwantifiseer. Binêre tellers wat by 100 MHz werk, is egter duur. By sodanige hoë frekwensies raak kruisspraak op die etsbaan ook 'n groot probleem. Om die tellerwaarde vinnig te kan uitklok, sou 'n 24-bis parallelle register nodig wees met 'n opsteltyd korter as 5 nanosekondes. Wanneer demodulasie gebruik word, hoef die tellerwaardes slegs elke 6,67 millisekondes afgelaai te word, in plaas van elke 800 mikrosekondes. Dit is 8,33 keer stadiger en kan gemaklik deur die seriepoot van die rekenaar hanteer word.

Nadat die gekwantifiseerde nul kruisingstydstippe in 'n rekenaar ingelees is, word die krommepassingsalgoritme op die datawaardes toegepas. Slegs die eerste 180 nul kruisingstydstippe (ongeveer 1,2 sekondes) word benut omdat verdere tydstipmetings te veel deur ruis versteur word.

Die detektor sal foutiewe deteksies maak as gevolg van die ruiskomponent in die saamgestelde sein en hierdie foute sal 'n beperking plaas op die maksimum akkuraatheid wat in 'n sekere meetinterval bereik kan word.

'n Foutwaarskynlikheidsanalise is gedoen vir die sein by die inset van die detektor vir verskillende hoeveelhede ruis om sodoende te bepaal hoe die deteksiefoutwaarskynlikheidsverspreiding rondom elkeen van die nul kruisings lyk. Die foutwaarskynlikheid is bepaal deur die area onder die Gauss-foutfunksie op elke tydstip te bereken. Die gemiddelde van die funksie is geneem as die seinwaarde op daardie tydstip. Die wydte van die impuls op die foutwaarskynlikheidsgrafiek lewer 'n goeie maatstaf van die akkuraatheid van metings wat by elke nul kruising verkry kan word en hieruit kan bepaal word wat die

weegfaktore vir elke nul kruising tydens die krommepassingsproses moet wees.

In figuur 1 word die foutwaarskynlikheidsverspreidings van 'n wegsterwende sinussein by elke nul kruising getoon. Die akkuraatheid van metings is eweredig aan die wydte van die foutwaarskynlikheidsimpulse by elke nul kruising. Waar die sein-tot-ruis-verhouding hoog is, is die impuls smal (hoë akkuraatheid) en waar dit laag is, is die impuls wyd (laer akkuraatheid).

### 3. BEPALING VAN DIE FREKWENSIE

Om die beste afskating van die presessieseinfrekwensie vanuit die 180 nul kruisingstydstippe te verkry, word 'n reguitlyn deur die datapunte gepas waarvan die helling gelyk is aan  $T_s$ , die afskating van die seinperiode. Om te kompenseer vir die afname in sein-tot-ruis-verhouding is weegfaktore ingevoer om te verseker dat die tydstipmetings aan die begin 'n hoër gewig toegeken word as latere metings waar die waarskynlikheid van deteksiefoute groter is. Die weegfaktore is bepaal deur gebruik te maak van die wydte van die foutwaarskynlikheidsimpulse van figuur 1. Die eerste nul kruisingstydstip se faktor is gelykgestel aan 1 en opeenvolgende nul kruisings se weegfaktore is gelykgestel aan die eerste impuls se wydte gedeel deur die impuls wydte van die ooreenstemmende nul kruising. Die weegfaktore by twee verskillende sein-tot-ruis-verhoudings word in figuur 2 getoon.

Die waarde van  $T_s$  word dan soos volg bepaal:

Die geweege kwadraatfout  $E(A,B)$  word geminimeer deur die partiële afgeleide na  $A$  gelyk te stel aan 0, waar  $A$  die helling van die lyn  $y(k)=Ak+B$  is.

$k$ =nul kruisingnommer

$$y(k)=\text{tydstip}(k) \quad (2)$$

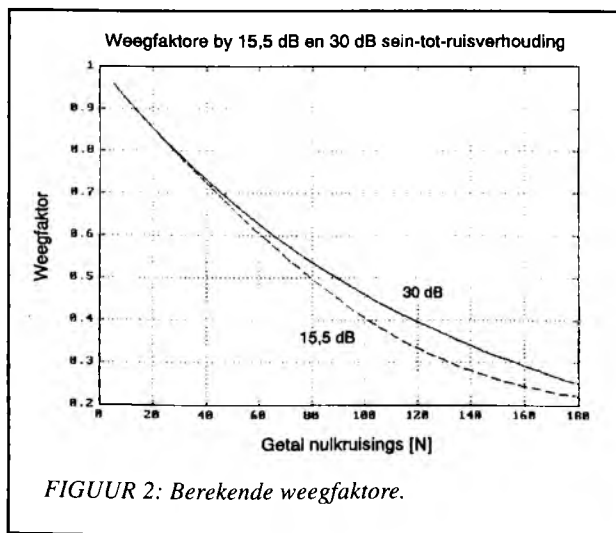
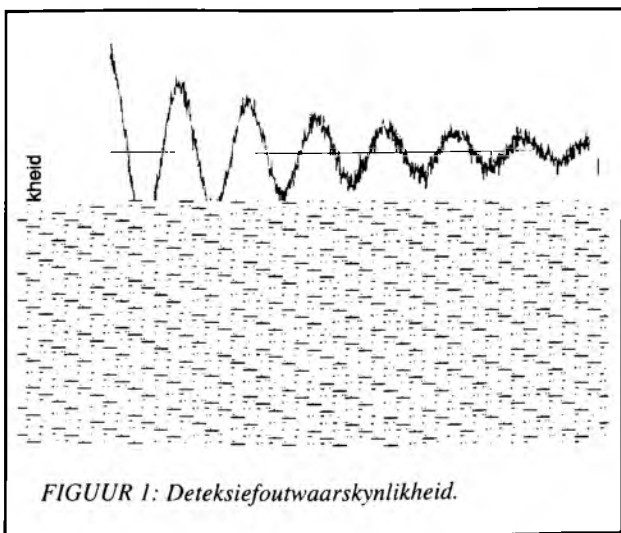
$$E(A,B) = \sum_{k=1}^N w_k [Ak+B-y(k)]^2$$

waar  $w_k$  die weegfaktor van die  $k$ -de nul kruising is.

Hieruit volg dat:

$$\text{Periode } T_s = A = \frac{s_a s_e - s_d s_b}{s_a s_c - s_b^2}$$

waar  $s_a$  tot  $s_e$  deur die volgende gegee word:



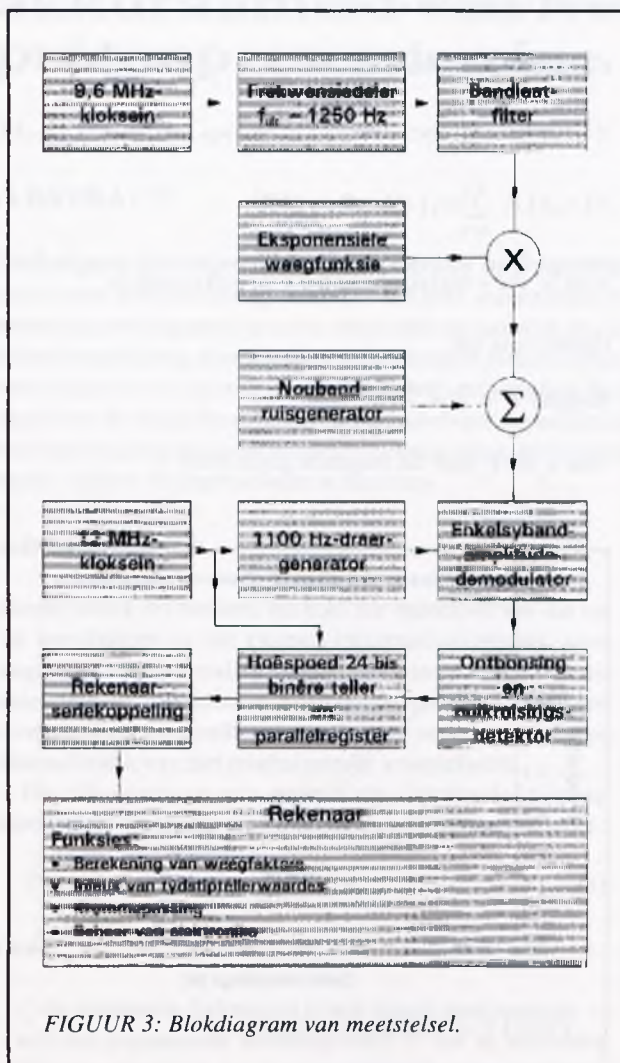
$$s_a = \sum_{k=1}^N w_k \quad s_b = \sum_{k=1}^N w_k k \quad s_c = \sum_{k=1}^N w_k k^2$$

$$s_d = \sum_{k=1}^N w_k y(k) \quad s_e = \sum_{k=1}^N w_k k y(k)$$

**4. IMPLEMENTERING EN RESULTATE**

Die stelselblokdigram word in figuur 3 getoon. Die wegsterwende 1250 Hz-toetssein met die ruis word eerstens in 'n nulkruisingsdetektor met ontbonsingsmeganisme gevoer, waarna 'n 24 bis binêre tellerbaan, gedryf deur 'n baie stabiele 12 MHz-kloksein, gebruik word om die nulkruisingstydstippe te kwantifiseer vir aflaaï na die rekenaar. Die tellerbaan en toetssein-naboetsingsbaan word vanuit die rekenaarprogrammatuur beheer en die binêre tellerwaardes word via die seriepoot na die rekenaar afgelaai. Die berekening van die weegfaktore en die toepassing van die krommepassingsalgoritmes word in die rekenaar gedoen met behulp van die ontwikkelde programmatuur.

Die konvensionele metode vir die bepaling van die seinfrekwensie is om die aantal positiewe nulkruisings vanaf die eerste na die laaste nulkruisingstydstippe te tel en die totale tyd daarmee te deel om sodoende die gemiddelde periode te bepaal. Om die akkuraatheid van die nuwe voorgestelde metodes met die konvensionele metode te vergelyk, is die standaardafwykings van frekwensiemetings oor 500 metings bepaal, waar elke meting gedoen is tydens die eerste 180 periodes van die 150 Hz gedemoduleerde protonpresessieseïn. Die standaardafwykings



FIGUUR 3: Blokdigram van meetstelsel.

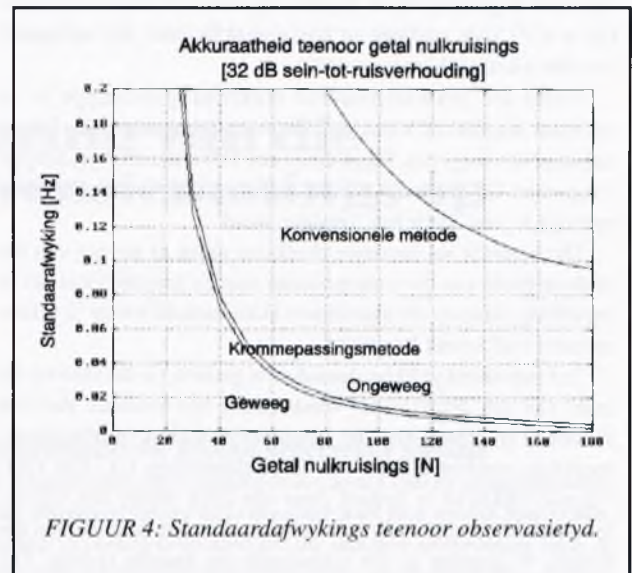
van die konvensionele metode, die gewone krommepassingsmetode en die krommepassingsmetode met die weegfaktore is bepaal vir verskillende sein-tot-ruis-verhoudings. In figuur 4 kan die akkuraatheid teenoor observasietyd (getal nulkruisings) gesien word.

Die voordeel wat die krommepassingsmetodes bo die konvensionele metode inhou, kan duidelik uit figuur 5 gesien word, waar die verbetering in akkuraatheid geplot is teenoor die getal nulkruisings. Die verbetering bo die konvensionele metode word al hoe groter soos die getal nulkruisingsdatapunte vermeerder word.

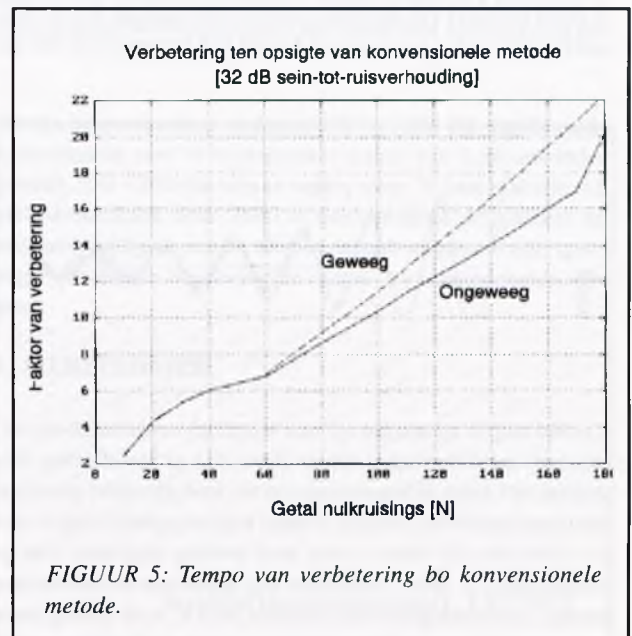
In tabel 1 word die standaardafwykings wat vir die verskillende metodes by verskillende aanvangs-sein-tot-ruis-verhoudings verkry is, vergelyk.

**4. GEVOLGTREKKINGS**

Deur gebruik te maak van 'n geskikte eksperimentele opstelling en gepaardgaande programmatuur is die konvensionele metode vir die bepaling van die frekwensie van 'n protonpresessieseïn vergelyk met 'n kleinste-kwadraatfout-krommepassingsmetode, met en sonder weegfaktore. Daar is gevind dat die krommepassingsmetode 'n beduidende verbetering in die akkuraatheid van



FIGUUR 4: Standaardafwykings teenoor observasietyd.



FIGUUR 5: Tempo van verbetering bo konvensionele metode.

**TABEL 1 Vergelykende resultate vir verskillende metodes**

SEIN-RUIS-VERHOUDING [dB]	STANDAARDAFWYKING (Hz)		
	Konvensionele metode	Gewone krommepassing	Geweegde krommepassing
21,58	23,77	5,21	4,97
27,60	17,34	3,41	3,22
32,04	6,77	3,30	2,56
44,00	0,30	0,11	0,07

frekwensiemetings tot gevolg het en dat daar vir 'n bepaalde akkuraatheid 'n baie korter observasietyd nodig is, omdat die krommepassingsmetode al die beskikbare tydstipdata benut. Uit die resultate is dit ook duidelik dat die metode met weegfaktore 'n effense verbetering tot gevolg het bo die gewone passingsmetode, omdat dit meer waarde heg aan tydstipmetings wat geneem word waar die sein-tot-ruis-verhouding hoër is. Verder is aangetoon dat die demodulasieproses die vereistes wat aan die meetbaan gestel word met 'n faktor van ongeveer 8,33 keer verlaag, omdat 'n laer klokfrekwensie gebruik hoef te word om steeds dieselfde kwantifiseringsakkuraatheid te kan bereik.

**H.J. FERREIRA en G.P. HANCKE\***

Departement Elektriese en Elektroniese Ingenieurswese,  
Universiteit van Pretoria, Pretoria, 0002

#### LITERATUURVERWYSINGS

1. Hancke, G.P. (1990). The optimal frequency estimation of a noisy sinusoidal signal, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 39, no. 6, 843 - 846.
2. Hancke, G.P. (1996). Die implementering van 'n kleinste-kwadratemetode vir die frekwensiebepaling van 'n protonpresessiessein, *Die Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*, vol. 15, no. 1, 31-34.

\* Outeur aan wie korrespondensie gerig kan word.