Die berekening van die stukrag van 'n vuurpylmotor

J.H. Knoetze

Departement Chemiese Ingenieurswese, Universiteit van Stellenbosch, Stellenbosch 7600

Ontvang 22 Maart 1993; aanvaar 7 Julie 1993

UITTREKSEL

Tradisioneel word die stukrag van 'n vuurpylmotor bereken deur eers die stukragkoeffisiënt te bereken en dit te vermenigvuldig met die produk van die keelarea en die druk. Die stukragkoeffisiënt word bereken met 'n standaardvergelyking wat aan die gasdinamika ontleen is. Die onderliggende aanname wat gemaak word, is dat die vloeier 'n ideale gas is wat nie reageer nie en dat die vloeier deur die mondstuk isentropies verloop. Die stukragkoeffisiënt is 'n funksie van die verhouding van spesifieke warmtes, γ , die areaverhouding van die mondstuk en die motor- en omgewingsdrukke. Standaardmetodes bestaan om die verliese as gevolg van nie-ideale vloeitoestande te bereken. Moderne saamgestelde dryfmiddels se verbrandingsprodukte bevat egter 'n beduidende hoeveelheid gekondenseerde spesies (hoofsaaklik Al_2O_3), terwyl die samestelling voortdurend verander soos wat die produkte deur die mondstuk beweeg. Gevolglik ontstaan onsekerheid oor watter waarde van γ gebruik moet word en hoe die gekondenseerde spesies gehanteer moet word. Die aanname van ideale, niereagerende vloeier deur die mondstuk kan egter uitgeskakel word deur die proses slegs as isentropies te beskou en die stukrag te bereken op grond van die samestelling en termodinamiese toestand van die verbrandingsprodukte in die motor en in die uitlaatvlak van die mondstuk. Die meeste termochemierekenaarprogramme wat in die vuurpylbedryf gebruik word, is in staat om hierdie tipe berekening te doen. Dit is dus moontlik om die resultate van 'n standaardtermochemieprogram direk te gebruik in 'n alternatiewe metode om stukrag te bereken. Hiervoor is slegs die massavloeiempo deur die mondstuk (wat 'n funksie is van die druk, keelarea en effektiewe karakteristieke snelheid) nodig wat dan saam met die resultate van die termochemieprogram gebruik word om stukrag te bereken. Dieselfde verliesberekeningsprosedure wat vir die stukragkoeffisiëntmetode gebruik word, kan ook hier gebruik word. Die voordele van die alternatiewe metode van stukragberekening word geïllustreer aan die hand van 'n vergelyking tussen die resultate van die twee metodes met 'n praktiese stukragkurwe.

ABSTRACT

The calculation of the thrust of a rocket motor

Traditionally the thrust of a rocket motor is calculated by first calculating the thrust coefficient and then multiplying it by the product of the throat area and pressure. The thrust coefficient is calculated using a standard gas dynamics equation. This equation assumes that the combustion products are a single component, non-reacting ideal gas and that the flow through the nozzle is isentropic. The thrust coefficient is a function of the ratio of specific heats, γ , the area ratio of the nozzle and the motor and ambient pressures. Standard methods exist for calculating the losses due to deviations from the assumed flow. The combustion products of modern composite propellants contain a significant portion of condensed species (primarily Al_2O_3), while the composition of the combustion products changes continuously as the products move through the nozzle. Some uncertainty therefore exists with regard to which value of γ to use and how to handle the condensed species. The assumption of an ideal, non-reacting gas can be eliminated by assuming the process to be isentropic and to calculate the thrust by using the thermodynamic state and composition of the combustion products in the motor and nozzle exit. This can be achieved by using any of the standard thermochemistry programs available in the rocket industry. It is thus possible to use the results of a standard thermochemistry program directly in an alternative method for calculating thrust. Using this method only the mass flow rate (which is a function of pressure, throat area and effective characteristic velocity) and the results from the thermochemistry program are needed to calculate the thrust. The advantages of the alternative method are illustrated by comparing the results of the two methods with a measured thrust curve.

1. INLEIDING

Die stukrag wat deur 'n vuurpylmotor gelewer word, is die beginpunt vir enige werkverrigtingsanalise en is as sulks dus die belangrikste interne ballistiese parameter vir interne ballistiese berekeninge. Aandrywing word verkry deur 'n krag op 'n liggaam aan te wend. In 'n vuurpylmotor word hierdie krag verkry deur verbrandingsprodukte teen 'n hoë snelheid by 'n mondstuk uit te werp en dit staan bekend as stukrag. Die vereiste stukragverloop bepaal in 'n groot mate die motorgeometrie. Dit lê beperkings op die bedryfsdruk, die motorkeelarea en stel vereistes aan die dryfmiddelgeometrie.

Omdat die versnelling ook 'n funksie is van die gelewerde stukrag het dit ook 'n besliste invloed op die struktuur, of meer dikwels lê die struktuur sekere beperkings op die stukrag. Dit alles beteken dat die motorontwerper die stukrag akkuraat moet kan bereken ten einde 'n sinvolle motorontwerp daar te kan stel.

Die stukrag is egter ook een van die parameters waarvoor die grootste onsekerheid tydens interne ballistiese berekeninge bestaan, omdat die akkurate berekening daarvan afhanklik is van die berekende waardes van die druk en mondstukkeelarea. Erosiewe verbranding en

*Outeur aan wie korrespondensie gerig kan word.

mondstukerosie veroorsaak egter dat daar reeds 'n redelike onsekerheid bestaan oor die berekende druk en keelarea sodat enige onakkuraatheid in die stukragberekening op die ander onakkuraatheid gesuperponeer word. Hierdie publikasie het ten doel om die tradisionele metodes vir die berekening van stukrag krities te evalueer en om 'n alternatief daar te stel wat akkurater stukragkurwes lewer. Dit kan gedoen word deur die stukrag te bereken deur die termodinamika van die reagerende vloeier ook in ag te neem, in teenstelling met die tradisionele metode wat slegs die gasdinamika in ag neem.

2. NOMENKLATUUR

A_e	= mondstukuitlaatarea
A_t	= keelarea
C_F	= stukragkoëffisiënt
c^*	= karakteristieke snelheid
D_t	= keeldeursnee
F	= stukrag
g	= swaartekragversnelling
I_{sp}	= spesifieke impuls
I_{spt}	= teoretiese spesifieke impuls
I_{vak}	= vakuumspeksifieke impuls
m	= massavloeiempo
P_a	= omgewinsdruk
P_c	= motordruk
P_e	= druk in mondstukuitlaatvlak
P_{ot}	= stagnasiedruk in keel
t	= tyd
u_e	= uitlaatsnelheid
η	= stukrageffektiewe
γ	= verhouding van spesifieke warmtes
ε	= keelerosietempo
E	= mondstukareaverhouding

3. BEREKENING VAN STUKRAG VOLGENS DIE TRADISIONELE METODE

Die stukrag van 'n vuurpylmotor kan in die afwesigheid van verliese met die volgende vergelykings bereken word:^{1,2,3,4}

$$F = C_F P_{ot} A_t \quad [1]$$

$$\text{met } C_F = C_{Fopt} + \frac{A_e}{A_t} \left[\frac{P_e}{P_c} - \frac{P_a}{P_{ot}} \right] \quad [2]$$

$$\text{waar } C_{Fopt} = \left[\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left[\frac{2}{\gamma+1} \right] \right. \\ \left. \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_c} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right] \right]^{0,5} \quad [3]$$

Die inherente aannames wat in hierdie vergelyking vir die stukragkoëffisiënt gemaak word, is soos volg:³

- (1) isentrope, eendimensionele vloe deur die mondstuk;
- (2) vloeier is 'n een komponent ideale gas met konstante soortlike warmte en dus γ ;
- (3) geen reaksies vind gedurende vloe deur die mondstuk plaas nie.

Hierdie metode het sy ontstaan in die gasdinamika waar gewoonlik met gasse by hoë temperatuur gewerk word wat grotendeels soos ideale gasse optree. Die vergelykings was steeds aanvaarbaar vir vuurpylverbrandingsprodukte toe die meeste vaste dryfmiddels van die dubbelbasistipe was waarvan die verbrandingsprodukte feitlik uitsluitlik gasse was. Moderne saamgestelde dryfmiddels bevat egter 16 tot 20% aluminium, wat beteken dat ongeveer 30 tot 40 massa % van die verbrandingsprodukte uit gekondenseerde spesies bestaan. Die aanname van 'n ideale, niereagerende enkelkomponentgas is dus nie meer toepaslik nie. Die bydrae wat tweefase-effekte tot die onakkuraatheid in die berekening lewer, word wel in ag geneem deur die sogenaamde tweefaseverliese te bereken, maar die verliesberekeninge maak nie voorsiening vir die verandering in samestelling en dus die waarde van γ soos wat in die mondstuk afbeweg word nie. Omdat die gasse nie ideaal is nie, verander die soortlike warmte ook soos wat die statiese temperatuur afneem soos die gasse deur die mondstuk versnel.

Die probleem van veranderende γ word in tabel 1 geïllustreer waar getoon word hoe γ verander soos wat daar in 'n mondstuk afbeweg word. Die vraag ontstaan dus onmiddellik watter waarde van γ gebruik moet word om die stukragkoëffisiënt te bereken. Daar bestaan nie eenstemmigheid onder interne ballistici hieroor nie en feitlik elke instansie het sy eie gebruik, alhoewel die meeste instansies die waarde in die keel as die meer korrekte aanvaar.

TABEL 1
Waarde van spesifieke warmteverhouding

Dryfmiddel: PBAN-saamgestelde dryfmiddel met Al.

Parameter	Motorruim	Keel	Uitlaat($\varepsilon=5$)	Uitlaat($\varepsilon=11$)
Druk [MPa]	5,0	2,87	0,19	0,06
γ	1,1472	1,1515	1,1787	1,1942

Ten einde die stukrag vir 'n werklike vuurpylmotor te bereken, is dit egter noodsaaklik om ook die sogenaamde stukragverliese in aanmerking te neem. Hierdie verliesberekeninge het ten doel om die meeste van die vereenvoudigde aannames wat in die berekening van die ideale verlieslose stukrag gemaak word op 'n semi-empiriese manier in berekening te bring.

4. VERLIESBEREKENINGE

Verskeie publikasies bestaan wat gebruik kan word om die verliese te bereken. Die bekendste hiervan is die sg. SPP-metode ("Solids Performance Program"), SPOC-

metode ("Solid Propulsion Optimization Code"),⁵ Davis⁶ en die werk van Landsbaum en medewerkers.^{7,8} Die meeste van hierdie metodes het egter ten doel om die spesifieke impulsverliese te bereken, maar omdat daar 'n direkte verband tussen stukrag en spesifieke impuls bestaan (sien afdeling 5), is die metodes ook gebruik om die stukrageffektiwiteit te bereken. Die verliese word gewoonlik as volg in aanmerking geneem deur vergelyking [1] te skryf as:

$$F = \eta C_F P_{ot} A_t \quad [4]$$

waar die effektiwiteit, η , geskryf word as:⁵

$$\eta = \left[\frac{\eta_{2F}}{100} \frac{\eta_{div}}{100} \frac{\eta_{kin}}{100} \frac{\eta_{sub}}{100} \frac{\eta_{bl}}{100} \right] \quad [5]$$

waar η_{2F} = 100 - % verlies as gevolg van 2-fasevloei
 η_{div} = 100 - % verlies as gevolg van mondstukdivergensie
 η_{kin} = 100 - % verlies as gevolg van eindige reaksiesnelhede
 η_{sub} = 100 - % verlies as gevolg van versonke mondstuk
 η_{bl} = 100 - % verlies as gevolg van die opbou van die grenslaag in die mondstuk

SPOC gee die gewildste vergelykings vir die berekening van al die verliesparameters, behalwe dié vir 'n versonke mondstuk waar die metode gegee in die SPP gewilder is. 'n Volledige beskrywing van elk van hierdie verliesparameters sou 'n aparte referaat kon beslaan en word nie hier gegee nie.

5. ALTERNATIEWE METODE VIR DIE BEREKENING VAN STUKRAG

In die bespreking van die tradisionele metode vir die berekening van die stukrag van 'n vuurpylmotor is gewys op enkele van die effekte wat nie in die berekening van die stukragkoëffisiënt in aanmerking geneem is nie. Dit is dus verkieslik om die ideale stukrag te bereken met behulp van 'n metode wat voorsiening maak vir sekere van hierdie effekte.

Die korrekste manier om die stukrag te bereken, is om van die basiese lineêre momentumvergelyking gebruik te maak. Dit lewer :

$$F = m u_e + (P_e - P_a) A_e \quad [6]$$

Die spesifieke impuls van 'n dryfmiddel word gedefinieer as die stukrag per eenheidsmassavloeiempo of te wel

$$I_{sp} = \frac{F}{m} = u_e + \frac{(P_e - P_a) A_e}{m} \quad [7]$$

Die verlieslose stukrag kan dus bereken word as:

$$F = m I_{spt} \quad [8]$$

waar I_{spt} die teoretiese spesifieke impuls verteenwoordig.

Standaardtermochemieprogramme soos die van Gordon en McBride⁹ bereken die teoretiese spesifieke impuls vir 2 gevalle, naamlik:

- (1) wanneer die uitlaatdruk, P_e , gelyk is aan die omgewingsdruk P_a ;
- (2) wanneer aangeneem word dat die omgewingsdruk 0 is, d.w.s. sogenaamde I_{vak} .

Hierdie waardes word deur die termochemieprogram bereken met die volgende aannames vir die vloeï deur die mondstuk:

- (1) eendimensionele, isentrope vloeï deur die mondstuk
- (2) ideale gasse;
- (3) geen temperatuur of snelheidsverskil tussen gas en gekondenseerde spesies nie;
- (4) homogene vermenging;
- (5) gevriesde of ekwilibriumvloeï

Dit is dus duidelik dat die aspekte van die stukragkoëffisiëntmetode wat nie in die verliesberekeninge voorkom nie en tot probleme in die stukragberekeninge aanleiding gee, naamlik konstante samestelling, slegs ideale gasse en konstante γ wel in aanmerking geneem word in die termochemieprogram, en gevolglik is vergelyking [8] 'n akkurate vergelyking om te gebruik in interne ballistiese berekeninge as vergelyking [1].

Ten einde vergelyking [8] te gebruik, is dit egter nodig om eers I_{spt} -waardes te bereken uit dit wat met die termochemieberekeninge verkry word. Gewoonlik is slegs die motordruk en die areaverhouding van die mondstuk bekend. Lopies word by verskillende drukke en verskeie areaverhoudings met die termochemieprogram uitgevoer. Toestande is selde sodanig dat die uitlaatdruk P_e gelyk aan die omgewingsdruk is en as gevolg van mondstukerosie kan dit in elk geval nie oor die hele vuring die geval wees nie. Gevolglik moet die waardes soos gegee deur die termochemieprogram aangepas word. Dit kan soos volg geskied:

- (1) Die spesifieke impuls I_{vak} (gegee in sekondes) word as uitgangspareter geneem.
- (2) Bereken I_{spt} as:

$$I_{spt} = I_{vak} - \frac{P_a A_e}{m g} \quad [9]$$

- (3) Vir termochemieberekeninge is m egter nie bekend nie, wel die motordruk P_e en mondstukareaverhouding, A_e / A_t . Die massavloeiempo deur die mondstuk word egter gegee deur:

$$m = \frac{P_c A_t}{c^*} \quad [10]$$

(4) Stel [10] in [9]:

$$I_{spt} = I_{vak} - \frac{P_a A_e c^*}{P_c A_t g} \quad [11]$$

In vergelyking [11] is alle parameters nou beskikbaar sodat I_{spt} by 'n reeks motordrukke en areaverhoudings bereken kan word. Met I_{spt} bekend, kan vergelyking [8] nou gebruik word om die ideale stukrag te bereken.

Daar kan vir verliese voorsiening gemaak word deur vergelyking [8] te skryf as:

$$F = \eta m I_{spt} \quad [12]$$

Die verliesparameter η word soos voorheen in afdeling 4 verduidelik, bereken.

6. VERGELYKING TUSSEN METODES

Die twee metodes vir die berekening van stukrag is vervolgens met mekaar vergelyk deur die drukkurwe van 'n spesifieke vastedryfmiddel-vuurpylmotorvuring te neem en die berekende stukragkurwes met mekaar te vergelyk. Vir die doeleindes van die vergelyking is aanvaar dat die motor se mondstukkeel lineêr ge-erodeer het en dat die tydafhanklike keeldeursnee gegee word deur:

$$D_t = D_{to} + \epsilon t \quad [13]$$

Alle berekende waardes is geskaleer, gevolglik word die stukrag en tyd slegs op 'n skaal tussen 0 en 1 aangedui en die totale impuls as % aangegee. Vir die berekeninge volgens die stukragkoeffisiëntmetode is drie waardes van γ ondersoek, naamlik die waarde in die motorruim, die waarde in die mondstukkeel en die waarde in die mondstukuitlaatlak. Die resultate word in tabel 2 opgesom, terwyl figuur 1 die resultate van die berekeninge volgens die tradisionele metode toon. Figuur 2 toon hoe die gemete stukragkurwe vergelyk met die berekende stukragkurwes volgens die tradisionele metode (die beste kurwe van figuur 1) en die nuwe alternatiewe metode.

Tabel 2 toon dat die alternatiewe metode die totale impuls baie akkurater kan voorspel as die tradisionele metode en dus 'n groot verbetering teweegbring. Die tabel en figuur 1 toon ook dat selfs indien die drukkurwe met 'n interne ballistiekprogram heeltemal akkuraat voorspel sou word daar nog 'n redelike fout in die voorspelde stukragkurwe kan voorkom. Tabel 2 en figuur 2 toon ook dat die alternatiewe metode nie addisionele onakkuraathede tot gevolg sou hê nie, op voorwaarde dat die drukkurwe akkuraat bekend is. Daar moet onthou word dat in hierdie geval die gemete drukkurwe as beginpunt geneem is, terwyl by 'n werklike simulatie die drukkurwe bereken sou moes word. Praktiese simulasiresultate sou

duur oor die algemeen swakker wees, maar die alternatiewe metode vir die berekening van stukrag sal deurgaans akkurater resultate lewer. Die figure toon ook dat die ooreenstemming tussen die gemete en berekende kurwes swakker word soos wat die tyd verloop. Dit dui daarop dat die lineêre model vir keelerosie sekere gebreke toon en dat vergelyking [13] nie die tydafhanklike keeldeursnee heeltemal akkuraat weergee nie. Die alternatiewe metode is natuurlik meer sensitief vir onakkuraathede in die resultate van die termochemieprogramme as die tradisionele metode.

Die resultate van die berekeninge volgens die tradisionele metode toon ook dat akkurater resultate verkry word indien γ by die motorruimtoestande geneem word eerder as by die keel, alhoewel die keelwaarde meer dikwels gebruik word.

FIGUUR 1: Stukrag volgens konvensionele metode.

FIGUUR 2: Vergelyking tussen metodes.

TABEL 2
Vergelyking van totale impuls
volgens verskillende metodes bereken

METODE	TOTALE IMPULS (%)
Gemeet	100
Stukragkoëffisiënt:	
$\gamma = 1,1472$ (motorruim)	98,9
$\gamma = 1,1515$ (keel)	98,7
$\gamma = 1,193$ (mondstukuitlaat)	96,9
Alternatiewe metode:	99,9

7. GEVOLGTREKKINGS

Twee alternatiewe metodes vir die berekening van die stukrag van 'n vuurpilmotor is met mekaar vergelyk. Vergelyking met praktiese resultate het getoon dat die alternatiewe metode waar gebruik gemaak word van die teoretiese spesifieke impuls akkurater resultate gee as die tradisionele metode waar die stukragkoëffisiënt as funksie van die spesifieke warmteverhouding, γ , bereken moet word. Vir die stukragkoëffisiëntmetode word die akkuraatste waardes verkry indien die waarde van γ by die

motorruimtoestande gebruik word.

LITERATUURVERWYSINGS

1. Sutton, G.P. (1986). Rocket Propulsion Elements (5th ed.) (John Wiley & Sons) pp. 49-50.
2. Timat, Y.M. (1987). Advanced Chemical Rocket Propulsion (Academic Press, London) pp. 3-4.
3. Williams, F.A., Barrere, M. & Huang, N.C. (1969). Fundamental Aspects of Solid Propellant Rockets. AGARDograph 116 (Technivision, Slough, England) pp. 60-65.
4. Barrere, M., Jaumotte, A., De Veubeke, B.F. & Vandekerckhove, J. (1960). Rocket Propulsion (Elsevier, Amsterdam) pp. 88-90.
5. Roys, G.P. (1981). User's Manual for Solid Propulsion Optimization Code (SPOC) Vol 1: Technical Description. AFRPL-TR-81-70.
6. Davis, D.K. (1985) Review of Empirical and Analytical Specific Impulse Methodologies. AIAA-85-1434 (American Institute for Aeronautics and Astronautics).
7. Landbaum, E.M., Salinas, M.P. & Leary, J.P. (1970). Specific Impulse Prediction of Solid-Propellant Motors. J. Spacecraft, 17, 400-406.
8. Landbaum, E.M. & Salinas, M.P. (1979). Solid Propellant Specific Impulse Prediction. AGARD Symposium on Solid Rocket Motor Technology (Oslo, Norway) pp. 5-1, 5-11.
9. Gordon, S. & McBride, B.J. (1973). Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident Shocks, and Chapman-Jouguet Detonations (NASA SP-273, NASA).