Die fisika van motorbotsings en padverkeersveiligheid

R. Saayman

Departement Fisika, Universiteit van Stellenbosch, Stellenbosch 7600

Ontvang 16 November 1990; aanvaar 16 Mei 1991

UITTREKSEL

'n Oorsig word gegee van die interafhanklike fisiese veranderlikes en wetmatighede wat op die spel is tydens die beweging van 'n padvoertuig in 'n verkeersituasie, en die toepassing daarvan om werklike botsings te ontleed en te voorkom. Ter inleiding word die jongste RSA-botsingstatistiek en navorsingsresultate oor bydraende faktore en tipes botsings wat voorkom, aangebied. Dan word spoed as 'n faktor ondersoek met 'n bespreking van die relatiewe snelheid tussen voertuie; stilhouvermoë en veilige volgfafstande; die besluit om by 'n veranderende verkeerslig te stop of oor te ry; asook spoed-voor-botsingberamings uit wielsleepmerke en projektielspronge. Derdens word voertuigstabiliteit bespreek met toepassings van gewigsverplasing tydens skielike versnellings; verklarings vir uitgry en omslaan om 'n draai in die pad; asook vragverskuiwing. Veiligheidswenke word aangebied. Die impulsmomentum- en werkenergiebeginsels word vervolgens op sentriese botsings (slegs translasie), asook eksentriese botsings (sowel translasie as rotasie) toegepas, sodat botsingstye en -versnellings bereken kan word. 'n Voorbeeld van hoe 'n reghoekige botsing by 'n straatkruising geherkonstrueer en ontleed kan word, om die moontlike oorsaak en regs aanspreeklikheid te kan aandui, word behandel. In die sesde afdeling word permanente vervorming as gevolg van botsing, voertuigskade en passasiersbeserings aan die hand van gesimuleerde trompop botsings teen soliede versperrings bespreek. Ten slotte word kortliks verwys na 'n paar tegnologiese ontwikkelings waardeur die voertuig, pad en bestuurder veiliger en in groter harmonie kan saamwerk.

ABSTRACT

The physics of automobile collisions and road traffic safety

A survey is given of the interdependent physical variables and principles relevant to the motion of a road vehicle in a traffic situation and its application to analyse and prevent actual collisions. As introduction recent RSA collision statistics and research results on contributing factors and types of collisions which occur, are presented. Then speed as cause is investigated with a discussion of the relative velocity between vehicles; stopping ability and safe following distances; the decision to stop or not at a changing traffic light; as well as estimations of the speed before collisions from wheel skidding marks and projectile flips and vaults. Thirdly vehicle stability is discussed with applications of weight displacement during sudden accelerations; explanations for skidding out of and turning over on a road bend; as well as load displacement. Safety hints are presented. Subsequently the impulse-momentum and work-energy principles are applied to centric collisions (translation only), as well as eccentric collisions (both translation and rotation) so that collision periods and accelerations can be calculated. An example of the reconstruction and analysis of a right-angled collision at a street crossing is treated, to determine the possible cause and legal liability. In the sixth section permanent deformation due to collisions, vehicle damage and occupant injuries are discussed with regard to simulated head on collisions with a rigid barrier. In conclusion brief reference is made to a few technological developments which improve the harmonious and safer interaction between vehicle, road and driver.

1. INLEIDING

Die mens se afhanklikheid van die motor as vervoermiddel neem steeds toe. Die gepaardgaande styging in die aantal voertuie en bestuurders op die paaie verhoog die risiko van motorbotsings. Dit veroorsaak onberekenbare koste ten opsigte van materiële en tydverliese, lyding weens beserings en smart as gevolg van sterftes.

Die slagting op die Suid-Afrikaanse paaie is welbekend, soos tabel 1 ook kwantitatief aandui, en van die hoogste in die wêreld. Die padgebruik behels tans sowat 5,7 miljoen voertuie (waarvan 57% passasiersmotors) wat gemiddeld 17 000 km jaarliks aflê met 'n 13% (16% vir motors) botsingswaarskynlikheid. Die sterftekoers oor die afgelope veertig jaar beloop $17,6 \pm 6,8$ per 10^8 voertuig-km afgelê, wat hoër as enige van die ontwikkelde lande is (vergelyk byvoorbeeld met 1 – 3 vir die VSA, Brittanje en Duitsland), alhoewel laer as dié van ander Afrikalande.^{1,2} Dit kos die RSA jaarliks meer as vyf biljoen rand. Noodlot-tige verkeersbotsings is ook die dominante (30%) oorsaak

van sterftes onder jong mense in die ouderdomsgroep 6 – 34 jaar.³

Die oorsake van motorbotsings is 'n ingewikkelde samespel van drie hoof faktore (kyk tabel 2), naamlik die voertuig wat na beraming^{4,5} 'n skrale 2,4% bydra, die pad en omgewing wat vir 7,0% verantwoordelik is en die bestuurder of padgebruiker wat 'n dominante 90,6% sleutelrol speel. Laasgenoemde bevinding verklaar voorkeurgebruik van die term (verkeers)botsing bo (pad)ongeluk, soos aanbeveel deur die NVVR.⁶

Fisies word 'n botsing beskryf as 'n situasie wanneer twee of meer voorwerpe neig om dieselfde posisie in die ruimte op dieselfde tydstip te beset. Wetenskaplike tipering van padvoertuigbotsings word in tabel 3 gegee. Daar word vervolgens aandag gegee aan die interafhanklike fisiese veranderlikes en wetmatighede wat 'n rol speel tydens die beweging van 'n motor in 'n verkeersituasie. Daar word ook aangedui hoedat sodanige kennis toegepas kan word om praktiese botsingsituasies te ontleed en moontlik te voorkom.

TABEL 1
RSA-botsingstatistiek vir 1989^{a)}

Graad	Getal botsings			Eenheids- koste ^{f)} x10 ² R	Getal ongevalle		
	x 10 ³	%	/10 ⁸ km ^{e)}		x10 ³	%	/10 ⁸ km ^{e)}
Noodlottig ^{b)}	9	2	9	197	11	9	11
Ernstig ^{c)}	21	5	21	53	32	25	26
Gering ^{d)}	59	14	60	18	84	66	86
Slegs skade	346	79	354	4	—	—	—
Totaal	435	100	445	124 ^{g)}	127	100	130

- (a) Saamgestel uit gegewens goedgegunstig deur die Sentrale Statistiekdiens (SSD), Nasionale Instituut vir Vervoer- en Padnavorsing (NIVP) van die WNNR, en die Nasionale Verkeersveiligheidsraad (NVVR) verskaf.
- (b) Minstens een persoon sterf as gevolg van die botsing, onmiddellik of binne ses dae daarna.
- (c) Minstens een persoon doen beserings op wat hospitalisasie vereis, soos frakture, vergruising, harsingskudding, inwendige beserings, ernstige snye en ernstige skok, maar geen noodlottige gevalle kom voor nie.
- (d) Minstens een persoon doen beserings soos snye, kneusplekke en verstuiting op, wat nie altyd hospitalisasie van minstens een dag vereis nie.
- (e) Botsings- en ongevallekoerse is bereken uit 'n beraamde totaal van 97 734 x 10⁶ voertuig-km afgeleë.
- (f) Faktore soos eiendomskade (55%), verlies van uitset (34%), pyn en lyding, hospitalisasie, medikasie, begrafnis, wetlike aspekte, administrasie, tydverlies en polisiebetrokkenheid is in ag geneem, maar nie emosionele trauma nie.
- (g) Gemiddelde koste per botsing; die totale koste vir alle botsings beloop R5 386 x 10⁶.

TABEL 2
Bydraende faktore tot padvoertuigbotsings⁴

Faktor	Persentasie
Menslike bestuurder:	
Onoplettend- en onbedagsaamheid	30,5
Roekelose en nalatige bestuur	18,0
Spoed te hoog vir toestand	16,5
Te naby volgfstand	1,7
Ander verkeersoortredings	11,1
Onbekwaamheid vir taak	7,5
Onder invloed van alkohol of dwelms	3,2
Fisiologiese faktore (moeg of siek)	1,4
Emosionele faktore (stres of depressie)	0,7
	<u>90,6</u>
Pad en omgewing:	
Die weer (reën, mis, wind, ens.)	3,0
Geometries padontwerp	2,8
Omgewing (swak verlig, padtekens, uitsig)	1,2
	<u>7,0</u>
Voertuig:	
Defekte en onpadwaardigheid	2,4
	<u>100,0</u>

TABEL 3
Klassifikasie van botsings⁴

Tipe	Persentasie
Dieselfde rigting	19,6
Teenoorgestelde rigting	30,8
Stilstaande voorwerp	11,4
Bewegende voorwerp	0,3
Voetganger	13,3
Enkelvoertuig	19,9
Ander	4,7
	<u>100,0</u>

maalweg relatief tot die aarde of pad aangedui word. In die geval van navigasie deur verkeer, onderskepping, ontmoeting of botsing tussen twee of meer bewegende voertuie (genommer 1 en 2), is die snelheid van die een (sê 1) relatief tot die ander (sê 2 in rus), egter van belang en word verkry uit die vektoriële verskil.

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -\vec{v}_{21} \quad (1)$$

Dit kan grafies deur noukeurige konstruksie en meting volgens skaal bepaal word, of trigonometries bereken word met behulp van formules vir die

$$\text{grootte: } v_{12} = (v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos\theta)^{1/2}, \quad (2)$$

$$\text{en rigting: } \phi = \sin^{-1} \left(\frac{v_2}{v_{12}} \sin \theta \right), \quad (3)$$

as funksies van die hoek, θ , tussen die voertuigbewegingsrigtings (kyk figure 1(c) en (d)).

2. SPOED AS FAKTOR

2.1 Relatiewe snelheid

Alle beweging is relatief van aard ten opsigte van 'n bepaalde waarnemer of gespesifiseerde verwysingspunt. Die absolute snelheid van 'n enkele voertuig is dit wat nor-

FIGUUR 1: Bepaling van die relatiewe snelhede van twee bewegende motors.

FIGUUR 2: Die relatiewe spoed, v_{12} , as funksie van die rigting (hoek θ) vir absolute spoede $v_1 = 30$ m/s en $v_2 = 20$ m/s.

Figuur 1(a)-(d) vergelyk die relatiewe snelheidsvektore vir vier tiperende gevalle van hoek, θ , tussen voertuie met absolute spoede, $v_1 = 30$ m/s (108 km/h) en $v_2 = 20$ m/s (72 km/h), en figuur 2 stel hulle relatiewe spoed grafies as 'n kontinue funksie van hoek θ voor. Die relatiewe snelheidsvektor, $\vec{v}_{12}$, dui die skynbare rigting aan waarin voertuig 2 beweeg vir 'n waarnemer in rus by voertuig 1. In figuur 1(a), byvoorbeeld, beweeg albei motors werklik na regs vir 'n waarnemer op die pad, maar vir 'n waarnemer in voertuig 1 lyk dit asof 2 na links naderkom. Indien hulle relatiewe snelheidsvektor langs die verbindingslyn tussen hulle oombliklike posisies geleë is, sal die twee voertuie op dieselfde tydstip by dieselfde posisie aankom en sal dus bots, tensy 'n vermydingsaksie uitgevoer word, soos 'n spoed- en/of rigtingverandering. Sowel die momentum,

$\vec{p} = m\vec{v}$, as bewegingsenergie, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, van 'n voertuig met massa m wat tydens 'n botsing geabsorbeer word, is spoedafhanklik, naamlik lineêr en kwadraties respektiewelik. Die groottes van die relatiewe snelheidsvektore in figure 1 en 2 illustreer dus die groter gevaar (skade en ongevalle) van 'n kop teen kop botsing ($\theta = 180^\circ$, $v_{12} = 50$ m/s = 180 km/h) bo dié van 'n botsing by 'n reghoekige kruising ($\theta = 90^\circ$, $v_{12} = 36$ m/s = 130 km/h). Laasgenoemde is weer gevaarliker as 'n kop teen stert botsing ($\theta = 0^\circ$, $v_{12} = 10$ m/s = 36 km/h) weens 'n te kort volgaafstand.

Spoed op sigself veroorsaak nie botsings nie, maar wel die feilbare menslike beheer daarvoor. Onvermoë of versuim om die spoed by heersende bestuurder-, pad-, omgewing- en voertuigomstandighede aan te pas, is 'n dominante

hydraende faktor (kyk tabel 2) wat die ernstigheidsgraad van botsings sterk beïnvloed.^{1,7} So byvoorbeeld het te kort volgafstande wat die aanbevole tweesekondereël verontsaam, 29% van alle botsings in die RSA gedurende 1987 uitgemaak.^{8,11}

2.2 Stilhouvermoë en volgafstande

'n Lewensbelangrike veiligheidsaspek van padvoertuigbestuur is die vermoë om betyds op gevaartekens te reageer en die voertuig in 'n noodsituasie vinnig tot stilstand te bring. Stilhouvermoë word deur sowel die reaksievermoë van die menslike bestuurder as die meganiese remdoeltreffendheid van die voertuig op die pad bepaal. Bestuurderreaksietyd, t_r , is die tydverloop vanaf waarneming van die gevaar, gevolg deur die besef daarvan en wilsbesluit om stil te hou, totdat die voet van die versnellerpedaal verwyder en rem getrap word. Dit wissel van persoon tot persoon van 'n halwe tot twee sekondes, met een sekonde as 'n aanvaarbare gemiddelde.¹⁰ Remtoetstye, t_b , om 'n beheerde noodstop vanaf spoed $v = 100$ km/h tot rus op 'n gelyk en droë pad uit te voer, wissel van 3,0 tot 5,17 s met 'n gemiddelde 3,80 s vir 81 nuwe passasiersmotors deur die tydskrif *Car* gespesifiseer.¹⁰ Dit impliseer 'n gemiddelde remvertraging, $a_b = \frac{v}{t_b} = 7,31$ m/s², oftewel

75% remdoeltreffendheid op 'n standaard waarvolgens volle remkrag aan die voertuiggewig gelyk gestel word.¹²

Die totale stilhou-afstande vir verskillende togspoede word uit die som van die reaksie- en remafstande bereken volgens

$$s = s_r + s_b = vt_r + \frac{v^2}{2a_b}, \quad (4)$$

en net so die totale stilhoutyd uit

$$t = t_r + t_b = t_r + \frac{v}{a_b}, \quad (5)$$

met grafiese voorstelling in figuur 3. Die paraboliese en reglynige verloop vertoon respektiewelik duidelik die kwadratiese en lineêre toename van die stilhou-afstand en -tyd met spoedtoename. So byvoorbeeld sal verdubbeling van die motorspoed van 60 tot 120 km/h, die stilhou-afstand met 'n faktor drie verleng, oftewel van 8,5 tot 26 gemiddelde motorlengtes, $L = 4,22$ m (tabel 1.2, Saayman¹³), terwyl die stilhoutyd met 70% toeneem. Bestuurderaanpassing van die voertuigspoed by heersende omstandighede, soos veilige volgafstande in druk verkeer, is dus baie belangrik. Gestel as voorbeeld bestuurder A word deur bestuurder B na een sekonde gevolg, beide teen 'n spoed van 100 km/h, wanneer 'n voetganger voor A oor die pad hardloop. Uit formule 4 word die volg-, rem- en totale stilhou-afstande by genoemde spoed respektiewelik as 27,8; 52,8 en 80,6 m bereken. Indien A en B gelyktydig en met dieselfde $t_r = 1$ s reageer, sal daar geen kop teen stert botsing plaasvind nie, maar indien B eers op A se remligte reageer, soos dikwels in die praktyk gebeur, is 'n botsing moontlik ($27,8 + 52,8$ m = 80,6 m). Verdubbeling van genoemde volgtyd tot $t_r = 2$ s soos aanbeveel deur die NVVR, sal B egter 'n veilige "leefruimte" van ongeveer 6,5 gemiddelde motorlengtes laat.

Die voorstellings in figuur 3 verteenwoordig slegs minimum teoretiese waardes onder ideale omstandighede. Die krag om 'n voertuig tot stilstand te bring, ontstaan uit wisselwerking tussen die bestuurder, voertuig en pad, wat op ingewikkelde wyse deur verskeie interafhanklike empiriese faktore beïnvloed word. Fisiologiese bestuurderfaktore soos

FIGUUR 3: Grafieke van minimum stilhou-afstande uit die som van die reaksie-afstande met $t_r = 1$ s en noodremafstande met $a_r = 7,31$ m/s²; NVVR aanbevole volgafstande met $t_v = 2$ s (linkerkantse skaal); asook stilhoutye (regterkantse skaal) as funksies van die togspoed vir 'n gemiddelde passasiersmotor.

vermoeidheid, pad- en spoedhipnose, verdeelde aandag, alkohol- en dwelmgebruik, ooggebreke en ouderdom sal die reaktietyd verleng. Verslete en foutiewe bande en remme, groter voertuigbelading, swak en ongelyk paaie en nat weer verminder die remdoeltreffendheid. Gesamentlik laat hierdie faktore die stilhou-afstande en -tye aansienlik toeneem, d.w.s. steiler grafies verloop as in figuur 3.

2.3 Die verkeersligdilemma

Elke bestuurder word dikwels by 'n straatkruising met die besluit gekonfronteer om stil te hou of oor te ry wanneer die verkeerslig van groen na geel oorskakel.¹⁴⁻¹⁶ 'n Verkeerde besluit is potensieel gevaarlik — dit kan 'n botsing en/of 'n verkeersboete tot gevolg hê! Daar kan 'n sogenaamde "dilemmasone" ontstaan, naamlik 'n gebied waarin die motor te naby is om betyds voor die stopstreep stil te hou, maar ook nog te ver is om die kruising betyds oor te steek voordat die lig na rooi verander. Dit is afhanklik van verskeie faktore: die oorgangsligtyd, t_l (3,5 tot 4,0 s gemeet te Stellenbosch); die bestuurder se reaktietyd, t_r (gemiddeld 1 s, kyk na afd. 2.2); die versnelling tydens aandrywing, a (gemiddeld 1,5 m/s² oor die 40-60 km/h interval, tabel 3, Saayman¹³) en remming, a_b (gemiddeld 4 m/s² norwaalweg^{15, 16} tot 7,31 m/s² tydens 'n noodstop, afd. 2.2); die naderingspoed, v , en -afstand, d , vanaf die besluitpunt tot by die stopstreep; die motorlengte, L (gemiddeld 4,22 m, tabel 1.2, Saayman¹³); en kruisingsbreedte, D (21,5 tot 31,4 m gemeet te Stellenbosch) vanaf die stopstreep tot by die oorkant van die kruising. Om betyds te kan stilhou, vereis dat $d \geq s$, met die stilhou-afstand s soos in (4) gedefinieer, en om betyds te kan oorry, vereis dat

$$v_{t_r} + v(t_i - t_r) + \frac{1}{2}a(t_i - t_r)^2 \geq d + D + L, \\ \text{of } d \leq v_{t_r} + \frac{1}{2}a(t_i - t_r)^2 - D - L = d_{0r}, \quad (6)$$

sodat 'n dilemmasone bestaan waar

$$s > d > d_{0r}. \quad (7)$$

Instelling van die bogespesifiseerde numeriese waardes in (4) en (6) lewer kwadrate en lineêre spoedafhanklike funksies vir s en d_{0r} onderskeidelik, wat as paraboolse en reglynige grafieke in figuur 4 geskets is. Daaruit volg vir normale remming ($a_b = 4 \text{ m/s}^2$)^{15, 16} en duurte van die geellig ($t_i = 3,5 - 4,0 \text{ s}$) dat die stilhou-afstand vir alle spoede groter as die oorsteekafstand, $s > d_{0r}$, is. Daar bestaan dus 'n dilemmasone, bv. $d = 48$ tot 51 of geringe 3 m lengte voor kruising 1; en $d = 38$ tot 51 of aansienlike 13 m lengte voor kruising 2 vir die spoedgrens, $v = 60 \text{ km/h}$. Verhoging van die remvermoë tot $a_b = 7,31 \text{ m/s}^2$ vir 'n gemiddelde noodstop, skuif die paraboolse grafieke laer met $s' > d_{0r}$ slegs by $v < 28 \text{ km/h}$ vir kruising 1, maar $v < 51 \text{ km/h}$ en $v > 106 \text{ km/h}$ vir kruising 2 (kyk vertikale stippellyne). In plaas van remverhoging, kan die "ekstra grasietyd" ($\sim 2 \text{ s}$ te Stellenbosch) vandat die verkeerslig na rooi verander totdat die verkeerslig in die dwarsrigting na groen verander (albei-rooifase), by die geelligtyd van $3,5 - 4,0 \text{ s}$ getel word. In hierdie geval word albei d_{0r} reguitlyngrafieke na hoër stippellynposisies d_{0r}' bokant die paraboolse s kromme verskuif, sodat 'n dilemma slegs by spoede laer as $\sim 15 \text{ km/h}$ kan voorkom.

Dit is belangrik dat bestuurders opgevoed word om die geel verkeerslig te respekteer as 'n waarskuwing om stil te hou (defensiewe optrede) eerder as 'n uitdaging om oor te jaag (offensiewe optrede).

FIGUUR 4: Grafiese bepaling van dilemmasones by twee verkeersligbeheerde hoofstraatkruisings in Stellenbosch nl. Birdstraat met Merrimanlaan (1) en Strandweg met Dorpsstraat (2).

2.4 Spoedbepalings uit wielsleepmerke

In die rekonstruksie van 'n voertuighotsing is dit belangrik om vas te stel of die snelheidspers oorskry is en spoed 'n bydraende faktor was. In die geval van 'n noodlottige botsing, kan sodanige gevolgtrekking tot 'n klag van nalatige bestuur of selfs strafbare manslag lei. Spoedskattings kan gemaak word deur die toepassing van eenvoudige meganiese beginsels op gemete waardes van sowel wielsleepmerke as die glywrywing tussen die bande en padoppervlak.^{17,19} Wanneer tydens 'n noodsituasie ten volle rem getrap word sodat die motorwiele ophou rol, vasklem en oor die pad skuurgly, neem die voertuigspoed van v_0 na v af. Die bewegingsenergie word opgebruik as werk teen wrywing, f , oftewel omgesit tot termiese energie van die bande, wat die teeroppervlak smelt en smeer sodat remmerke van lengte s nagelaat word. Die werk-energie-beginsel vereis dat

$$\frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = Fs = -(f \pm mg \sin \theta)s, \quad (8)$$

waar die wrywingskrag empiries gedefinieer word in terme van die normale stutkrag, N , van die pad wat die gewigskomponent, $mg \cos \theta$, balanseer sodat

$$f = \mu N = \mu mg \cos \theta. \quad (9)$$

Op 'n skuins, reguit pad word die wrywing versterk teen 'n opdraand (+ teken) of verswak teen 'n afdraand (- teken) deur die gewigskomponent, $mg \sin \theta$, kyk figuur 5. As alternatief kan Newton se tweede bewegingswet vir konstante versnelling, a , ook gebruik word:

$$F = -(f \pm mg \sin \theta) = ma = m \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2s} \right). \quad (10)$$

FIGUUR 5: Kragte uitgeoefen op 'n remmende voertuig deur 'n skuinspad.

Uit albei benaderings volg dat die spoed net voor remming bepaalbaar is uit

$$v_0 = [2gs \cos \theta (\mu \pm \tan \theta) + v^2]^{1/2}, \quad (11)$$

wat onafhanklik van die voertuigmassa, m , is.

Die padhelling

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad (12)$$

word bepaal deur 'n reguit staaf met lengte, x , op die betrokke pad te plaas en een punt tot vertikale hoogte, y , te lig totdat die staaf waterpas is. Die glywrywingskoëffisiënt tussen die slepende rubberbande en die padoppervlak word gedefinieer as die glywrywing per eenheidsvoer-

tuiggewig, wat volgens (9) en (10) ook die verhouding van die vertraging tot die gravitasieversnelling op 'n gelyk pad ($\theta = 0$) is:

$$\mu = \frac{f}{N} = \frac{f}{W} = \frac{a}{g}. \quad (13)$$

Dit word empiries bepaal deur 'n sleet bestaande uit 'n belaste motorband of houtraamwerk op stroke bandloopvlak (totale gewig W) teen konstante spoed (sodat die kragte balanseer) en met 'n trekskaal (lesing $T = f$) horisontaal oor die pad te sleep, kyk figuur 6. Op 'n skuins pad moet die waarde volgens (13) gekorrigeer word met die helling bepaal volgens (12). As alternatief kan toetsgelye teen 'n gekontroleerde beginspoed van nie meer as 60 km/h nie en verkieslik met die botsingsvoertuig uitgevoer word, die afstand, s , gemeet en μ met die inverse van (11) bereken word. Gemete waardes vir verskillende padmateriaal, teksture en weersomstandighede word in die staafgrafiek van figuur 7 aangedui en strek van so min as 0,05 op gladde ys tot soveel as 1,2 op droë, growwe sement- of teerpaai. Smeermiddels soos water, olie, modder, ens. verlaag die waardes met tot 25% op teer. In die praktyk is die wrywing effens kleiner by hoër (> 50 km/h) as by laer (< 50 km/h) spoede, sodat die vertraging geleidelik toeneem tydens gly-tot-stop-beweging.²⁰ Die wrywingskoëffisiënt is egter onafhanklik van die voertuiggewig, want alhoewel 'n swaar vragmotor meer krag vereis om tot stilstand te kom as 'n ligte passasiersmotor, is die wrywing van die pad op sy bande egter ook groter weens sy groter gewig.

Akkurate meting van die afstand s is moeilik, omdat die sleepmerke eers geleidelik na die aanvang van remming sigbaar word, soms onderbroke is en nie altyd ewe lank en reguit verloop nie. Spoedbepaling volgens (11) verteenwoordig dus 'n konserwatiewe minimum tot voordeel van die bestuurder. Indien die botsingspunt uitgeken kan word

uit 'n rigtingverandering van die spore, skrop- of wipmerke en/of voertuigafval soos olie-, water- en suurkolle, stukies onderdele, glas, verf, roes, modder, ens., kan (11) twee keer gebruik word. Eerstens kan die spoed tydens botsing uit die sleepafstand na botsing bereken word. Met hierdie antwoord en die sleepafstand voor botsing, kan tweedens ook die spoed voor remming bereken word. In die spesiale geval van gly-tot-stop (eindspoed $v = 0$) op 'n horisontale pad ($\theta = 0$) vereenvoudig (11) tot die formule

$$v_0 \geq 15,9 \sqrt{\mu s} \text{ km/h.} \quad (14)$$

waarvan waardes in oorsese botsingondersoekhandleidings^{20,22} getabuleer en in figuur 8 grafies voorgestel word. Vir 'n tipiese geval van 'n aanvanklike spoed, $v_0 = 60$ km/h, op growwe, droë teer met $\mu = 0,75$ behoort sleepmerke met lengte, $s = 19$ m, nagelaat te word, mits die voertuig natuurlik nie met 'n teenremklemtoestel toegerus is nie! Spoedbepalings is ook moontlik uit giermerke op paddraaie soos in afd. 3.5 bespreek word.

2.5 Spoedbepalings uit projektielbeweging

Beskou nou gevalle waar 'n voertuig self, of 'n voorwerp wat uit of na 'n bewegende voertuig geslinger word, as projektiel teen beginspoed, v_0 , en elevasie, θ , met die horisontaal deur die lug tot vertikale hoogte, y , trek en die grond weer 'n horisontale afstand, x , daarvandaan tref, soos in figuur 9. Indien lugwrywing weglaatbaar klein is ('n goeie benadering vir lae spoede en kort valafstande), geskied hierdie projektielbeweging teen 'n konstante spoed, v_1 , in die horisontale rigting en teen konstante gravitasieversnelling, g , in die vertikale rigting. Die posisiekoördinate as funksies van tydsverloop, t , word dan respektiewelik beskryf deur

$$x = v_1 t = (v_0 \cos \theta) t \text{ en } y = (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2. \quad (15)$$

FIGUUR 6: Treksleemetode vir die bepaling van die wrywingskoëffisiënt, μ , tussen die voertuigbande en padoppervlak.

FIGUUR 7: Omvang van glywrywingskoëffisiënte, μ , vir verskillende droë en nat padoppervlakke (saamgestel uit waardes in Exhibit 9-5 van die Traffic Institute, Northwestern University, Evanston, Illinois²¹, met pyltjies wat eie plaaslike metings aandui).

FIGUUR 8: Grafieke van die beginspoed, v_0 , as funksie van die lengte van wielsleepmerke, s , en die wrywingskoeffisiënt, μ , op 'n gelyk pad.

FIGUUR 9: Veranderlikes benodig vir die fisiese beskrywing van projektielbeweging.

Eliminasie van die tyd lewer die paraboliese baanvergelyking van die massamiddelpunt van die projektiel as

$$y = (\tan \theta)x - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \right) x^2, \quad (16)$$

wat herrangskik kan word sodat die lanseerspoed,

$$v_0 = \frac{x}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2(x \tan \theta - y)}} \quad (17)$$

$$\text{of } v_0 \geq \frac{7,97x}{\sqrt{x \tan \theta - y}} \text{ km/h } (\theta \text{ klein}), \quad (18)$$

na benadering van $\cos \theta \simeq 1$ vir klein θ . Waardes hiervan vir horisontale lansering ($\theta = 0 = \tan \theta$) word grafies as reguitlyne in figuur 10 voorgestel. So byvoorbeeld is 'n spoed van ongeveer 60 km/h bepaalbaar uit gemete valafstande van $(x; y) = (7,5; 1)$ of $(17,5; 5)$ of $(24; 10)$ of $(34; 20)$ m, ens. vir 'n voertuig wat self deur die lug trek, of afvalstukke soos vrag, voorruitglas of onderdele wat tydens 'n botsing wat die voertuig tot stilstand bring, op die pad beland.

Wanneer 'n vinnigbewegende voertuig teen 'n starre hindernis soos die randsteen op 'n hoogte laer as sy massamiddelpunt bots, sal die slagimpuls 'n draaimoment om die kontakpunt uitoefen. Dit kan die voertuig stert-oor-kop of sydelings laat omkantel en omtol tydens sy projektielvlug, om dan dikwels op sy dak of sykant te lande te laat kom. Omdat die lanseerhoek, θ , in so 'n geval moeilik bepaalbaar is, word dit op 45° vir maksimum horisontale trefwydte en minimum lanseerspoed gestel,¹⁸ wat 'n goeie benadering vir 'n klein $\frac{x}{y}$ verhouding is, sodat (17) vereenvoudig tot

$$v_0 = \frac{11,3x}{\sqrt{x - y}} \text{ km/h } (\theta = 45^\circ). \quad (19)$$

FIGUUR 10: Grafieke van die horisontale lanseerspoed, v_0 , as funksie van die horisontale en vertikale valafstande (x, y) tydens projektielspronge deur die lug na horisontale lansering.

FIGUUR 11: Relevante snelheidsvektore vir projektele soos klippe wat bewegende voertuie op paaie tref.

'n Gevaarlike projekteelverskynsel wat ook dikwels op paaie voorkom, is dié van vragstukke wat van bewegende vragvoertuie afval; klippe wat deur voertuigwiele opgeskiet of deur onrusmakers langs die pad gegooi word; en rotsstukke wat bokant die pad in bergpasse losbreek om deur die lug te trek en verbygaande verkeer te tref. Alhoewel die valafstande in sulke gevalle nie direk meetbaar is nie, geld bostaande fisiese vergelykings ook in beginsel. Formule (17) kan gebruik word om die lanseerspoed van die projekteel, v_0 , te skat en daarmee dan die komponente van die eind-snelheid by die trefpunt in rus, $\vec{v}_{pt}$, uit die projekteeluitdrukkings

$$v_x = v_0 \cos \theta \text{ en } v_y = v_0 \sin \theta - gt \quad (20)$$

te bereken. Die vektorverskil hiervan en die snelheid van die teikenvoertuig, $\vec{v}_t$, gee dan volgens afd. 2.1 die snelheid van die projekteel relatief tot die bewegende teiken

$$\vec{v}_{pt} = \vec{v}_p - \vec{v}_t, \quad (21)$$

soos in figuur 11 geskets.

3. VOERTUIGSTABILITEIT

3.1 Traagheid of inersie

Alle liggame verset hulle inherent weens hulle materiële samestelling teen verandering in hul bewegingstoestand. Indien geen resulterende, eksterne krag op 'n liggaam uitgeoefen word nie, bly dit volgens Newton se eerste bewegingswet in 'n ewewigtoestand van rus of eenvormige beweging (reglynig teen konstante spoed). Hierdie traag-

heidsbeginsel manifesteer as "luiheid" van 'n stilstaande voertuig en passasiers daarbinne om te begin beweeg; of indien dit alreeds beweeg, vinniger of stadiger te beweeg en van rigting te verander. Traagheid word kwantitatief in terme van die massa, m , uitgedruk. Die insittendes van 'n voertuig wat teen a versnel, ondervind traagheidskragte, $F = ma$, wat met stippellyne in figuur 12 aangetoon word. Anders as gewone kragte soos gravitasie en wrywing, ontstaan traagheidskragte nie uit werklike fisiese wisselwerking tussen materiële liggame nie, maar weens die versnelling van die assentseel (voertuig) ten opsigte waarvan hul beweging beskryf word, en is ook altyd teenoorgesteld tot die beweging gerig.²³ Volgens Einstein se ekwivalensiebeginsel kan traagheidskragte ook nie van gravitasiekragte onderskei word nie en verskaf dit dus, tesame met die gewig, 'n kunsmatige swaartekragveld vir waarnemers wat saam met die assentseel versnel word.

3.2 Massasentrum of swaartepunt

Vir die studie van stabiliteit om draaie en tydens botsings wanneer sydelingse kragte op 'n voertuig inwerk, is dit nodig en gerieflik om sy totale gewig, $W = mg$, by 'n enkele punt, S te laat aangryp. Die posisie daarvan is 'n geweegde gemiddelde van al die posisies van die N puntdeeltjies waaruit die ruimtelik uitgebreide liggaam opgebou is:

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i / \sum_{i=1}^N m_i, \quad (22)$$

Dit is rofweg op sy middellyn effens nader aan die vooras as agteras (in geval van vooreenjinplasing) en effens laer as die middel van sy hoogte bokant die pad geleë, maar ver-

FIGUUR 12: Traagheidseffekte op 'n passasier in 'n bewegende voertuig.

FIGUUR 13: Posisie van die massasentrum, S , en kragte op die linker(l)-, regter(r)-, voor(v)- en agter(a)-wiele van 'n voertuig in rus op 'n gelyk pad of weegbrug.

skuif natuurlik volgens die verdeling van passasiers en vrag. Akkurate driedimensionele swaartepuntbepaling is moontlik volgens

$$\bar{x} = \frac{W_l d_v}{W} \sim \frac{d}{2}; \bar{y} = \frac{W_a b}{W} \sim \frac{b}{2}; \bar{z} = \frac{W_l b - W(b - \bar{y})}{W \tan(\sin^{-1} \frac{h_a}{b})} \sim \frac{h}{2} \quad (23)$$

verkry deur toepassing²¹ van die wet van draaimomente respektiewelik om die regterwiele, vooras en geligde agteras van die stilstaande voertuig. Dit vereis meting van die gewig op die linkerwiele, W_l , agterwiele, W_a , en voorwiele, W_v (met die agteras 'n hoogte, h_a , opgelig) op 'n weegbrug, asook die spoorwydte, d , wielbasis (asafstand), b , en hoogtes, h_a of h , soos getoon in figuur 13. Dit lewer numeries byvoorbeeld (0,72; 1,31; 0,70) meter vir 'n tipiese gesinsmotor (H-model, tabel 1, Saayman¹³).

3.3 Dinamiese ewewigvoorwaardes

'n Voertuig met traagheidsmassa, m , en spoed, v , vereis volgens Newton se tweede bewegingswet 'n sentripetale krag en versnelling van grootte

$$F_s = ma_s = \frac{mv^2}{r} \quad (24)$$

om dit van sy normale, reglynige beweging volgens Newton se eerste bewegingswet te laat afwyk en om 'n draai in die pad met krommingstaal, r , te laat beweeg. Die voertuig en insittendes ervaar dit as 'n sentrifugale traagheidskrag van dieselfde grootte, maar teenoorgestelde rigting, wat neig om hulle weg in plaas van na die krommingsmiddelpunt (d.w.s na die buitekant van die draai) te "gooi". Dit word met stippelpyle op figuur 14 en verduidelik getoon.

FIGUUR 14: Kragte en gewigsverplasing op 'n bewegende voertuig om 'n draai op 'n skuinsgebante pad.

waar die pad om veiligheidsredes (kyk na afd. 3.5) ook teen 'n hoek, θ , dwarsgebank is.

Die volgende drie balansvergelykings, waarin onderskei word tussen kragte op die binnekantste (i) en buitekantste (u) wiele, moet in hierdie geval bevredig word:

(a) Kragte ewewydig aan die pad:

$$f_i + f_u + mg \sin \theta = \frac{mv^2}{r} \cos \theta; \quad (25)$$

(b) Kragte loodreg op die pad:

$$N_i + N_u - mg \cos \theta = \frac{mv^2}{r} \sin \theta; \quad (26)$$

(c) Draaimomente, $\tau = Fd$, as produkte van die krag, F , met die loodregte afstand, d , vanaf die werkllyn om enige gekose draaipunt soos die swaartepunt, S :

$$(f_i + f_u)\bar{z} = (N_u - N_i)\bar{x}, \quad (27)$$

of die binnekantste (i) of buitekantste (u) wiele:

$$\left(\frac{mv^2}{r} \cos \theta - mg \sin \theta\right) \bar{z} = \left(\frac{mv^2}{r} \sin \theta + mg \cos \theta\right) \bar{x}. \quad (28)$$

3.4 Gewigsverplasing

(a) Om draai: Vektorieel saamgestel (figuur 14) met die werklike gewig, W , veroorsaak die sentrifugaalkrag, F_s , 'n skynbare gewigsverplasing

$$W' = \sqrt{W^2 + F_s^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{v^2}{gr}\right)^2} W > W \quad (29)$$

na die buitekant van die draai, wat die voertuig- en passasiersbalans versteur, die klouvermoë van die bande verminder en die voertuig sydelings kan laat uitgely (kyk na afd. 3.5). Die manier waarop passasiers die sentrifugaalkrag op hulle (slegs 5 – 10% van dié op voertuig) ervaar, hang van hul sittende ruggraatorientasie af. Vir rygemak en minimum bewuswording van die draai, behoort dit altyd parallel aan die kragresultant, W' , te wees. Op 'n paddraai met gelyk oppervlak van goeie gehalte (geen los gruis of knikke nie), is sodanige oriëntasie moontlik vir 'n skynbare gewigsvermeerdering van minder as 2%.^{17, 22} Dit impliseer 'n sentrifugaalversnelling, $a_s \leq 0,2g$, en waarde kleiner as 11° vir die oorhelhoek

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{F_s}{W} = \tan^{-1} \frac{v^2}{gr}. \quad (30)$$

Dié voorwaarde kan ook bevredig word deur 'n draai korrek skuins te bank, $\theta = \alpha$. So nie leun die passasiers instinkief na die binnekant van die draai oor (soos duidelik sigbaar is by motorfietsryers), sodat die hersteldraaimoment van hul eie gewig die andersom draai-

FIGUUR 15: Grafieke van die sentrifugaalkrag per voertuiggewig, F_s/W , en relatiewe gewigsverplasing vir 'n tipiese gesinsmotor $h/d \sim 1$ as funksie van die spoed, v , om 'n draai en straal, r , van 'n draai op 'n ongebankte pad.

moment van die sentrifugaalkrag op hulle uitkanselleer.

Die sentrifugaalkrag, F_s , verander ook die aanvanklike egalige voertuiggewigsverspreiding op al vier wiele ($W_i = W_u \approx \frac{W}{2}$) en verskuif 'n hoeveelheid, w , van die totale voertuiggewig, W , vanaf die binnekantse wiele ($W_i - w$) na die buitekantse wiele ($W_u + w$). Uit samevoeging van die balansvergelykings (25), (26) en (27) volg dan dat

$$\left(\frac{mv^2}{r} \cos \theta - mg \sin \theta\right) \bar{z} = 2w\bar{x} \cos \theta, \quad (31)$$

sodat die relatiewe gewigsverplasing

$$\frac{w}{W} = \left(\frac{v^2}{gr} - \tan \theta\right) \frac{\bar{z}}{2\bar{x}} \approx (\mu - \tan \theta) \frac{h}{2d}, \quad (32)$$

waar (13) vir die wrywingskoëffisiënt gebruik is.

Grafieke van die relatiewe sentrifugaalkrag, $\frac{F_s}{W} = \frac{v^2}{gr}$, en gewigsverplasing, $\frac{w}{W} = \frac{v^2 h}{2grd}$, met tipiese $\frac{h}{d} = 1$ verhouding vir gesinsmotors, word as funksie van sowel die spoed, v , om die draai as die straal, r , van 'n ongebankte ($\theta = 0$) paddraai in figuur 15 aangebied. Die snypte van die krommes met die boonste horisontale $F_s/W = 1$ stippellyn toon die kritieke (v, r) kombinasies (bv. 80 km/h en 50 m) waar die sentrifugaalkrag en gewig ewe groot is. Dit impliseer 'n 50%-gewigsverskuiwing vanaf die binnekantse na die buitekantse wiele, sodat die voertuig wil omkantel (kyk ook na afd. 3.6). Teen 'n laer spoed, groter radius of op 'n gebankte ($\theta \neq 0$) draai sal F_s en w afneem.

- (b) *Tydens skielike remming of versnelling:* Wanneer 'n voertuig skielik op 'n reguit, skuins pad gerem word, oefen padwrywing op die voor- en agterwiele, $f = f_v$ + f_a , 'n terugwaartse vertragsingskrag, $F_a = ma$, en

linksom draaimoment om die swaartepunt uit. Dit verplaas 'n hoeveelheid, w , van die totale gewig vanaf die agterwiele (W_u) na die voorwiele (W_v), soos waarneembaar is (figuur 16a) uit die neus van die voertuig wat sak en die stert wat lig. Die pad reageer met 'n regsom hersteldraaimoment sodat momentebalans soortgelyk soos in (32) hier bo, die relatiewe gewigsverplasing

$$\frac{w}{W} = \left(\frac{a}{g} \pm \tan \theta\right) \frac{\bar{z}}{2\bar{y}} \approx (\mu \pm \tan \theta) \frac{h}{2b} \quad (33)$$

lewer, waar die + teken vir 'n opdraand en die - teken vir 'n afdraand geld soos in afd 2.4. Dieselfde uitdrukking, maar omgekeerde gewigsverplasing, geld vir 'n voertuig wat skielik wegtrek of versnel (figuur 16b). Vir 'n gemiddelde 75%-doeltreffendheid wanneer al vier wiele op 'n gelyk pad ($\theta = 0$) rem, sodat die vertragsingskrag driekwart van die voertuiggewig beloop (kyk afd 2.2), lewer (33) 'n 20%-gewigsverplasing van agter na voor vir 'n tipiese gesinsmotor ($\frac{\bar{z}}{2\bar{y}} = 0.26$).

Die gewigsverplasing van voor na agter tydens skielike versnelling is ongeveer die helfte hiervan, omdat slegs die agter- of voorwiele normaalweg aangedryf word.

3.5 Sydelingse gierbeweging

Uit (25) en (26) blyk dat op 'n gelyk ($\theta = 0$) paddraai slegs wrywing, f , tussen die pad en bande die sentripetaalkrag, F_s , verskaf, wat die voertuig op die draai hou. In geval van 'n te hoë spoed, om skerp draaie of swak padtoestande (los gruis, gladde of nat teer) kan die wrywing onvoldoende wees, sodat die voertuig na buite uitgely of gier. Ten einde die rol van wrywing te beperk, word draaie op snelweë

FIGUUR 16: Kragte en gewigsverplasing op 'n voertuig tydens skielike remming of versnelling op 'n gelyk, reguit pad.

skuins teen 'n dwarshellingshoek, θ , gebank, sodat die voertuiggewigskomponente, $mg \sin \theta$ en $mg \cos \theta$, en die stutkrag, N , van die pad grotendeels tot F_s bydra. Deur gebruik van die empiriese verband, $f = \mu N$, uit (13), lewer gelyktydige oplossing van (25) en (26) die kritieke spoed waarbo, of kritieke hoek waaronder die voertuig uit die draai sal begin gly weens onvoldoende sentripetaalkrag of te veel sentrifugaalkrag:

$$v_{kg} = \sqrt{gr \left(\frac{\mu + \tan \theta}{1 - \mu \tan \theta} \right)}; \theta_{kg} = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{v_{kg}^2}{gr} \mu}{1 + \frac{\mu v_{kg}^2}{gr}} \right) \quad (34)$$

Die eerste uitdrukking kan gebruik word om die kritieke spoed vir 'n bepaalde paddraai, asook die minimum spoed van 'n voertuig wat uit die draai gegly en giermerke nagelaat het, te bereken en is soos die spoedbepalings van afd. 2.4 en 2.5 onafhanklik van die voertuigmassa. Die dwarshellingshoek, θ , en wrywingskoëffisiënt, μ , word gemeet soos beskryf in afd 2.4. Die krommingstraal, r , word bereken volgens die geometriese formule

$$r = \frac{k^2}{8h} + \frac{h}{2} \quad (35)$$

Dit vereis eerstens meting van die koordlengte, k , tussen punte A en C, op die verdelingslyn van die pad aan weerskante van die draai waar die pad begin reguit loop (figuur 17). As alternatiewe waarde vir k kan 'n derde van die gemete giermerk lengte van slegs die buitenste wiele, of die gemiddelde van al die glyende wiele geneem word. Tweedens moet die middelordinaat, h , nl. die maksimale loodregte hoogte vanaf die koordmiddelpunt D na die buitekant B van die draai ook bepaal word. In die spesiale geval van 'n ongebankte draai ($\theta = 0$) vereenvoudig (34) tot

$$v_{kg} = \sqrt{\mu gr} = 11,3 \sqrt{\mu r} \text{ km/h } (\theta = 0), \quad (36)$$

en met die algehele uitskakeling van wrywing ($\mu = 0$) tot

$$v_{kg} = \sqrt{gr \tan \theta} = 11,3 \sqrt{r \tan \theta} \text{ km/h}; \quad \theta_{kg} = \tan^{-1} \frac{v_{kg}^2}{gr} (\mu = 0), \quad (37)$$

waarvan uitgewerkte waardes getabelleer^{20,22} en in figuur 18 grafies voorgestel word. So byvoorbeeld sal 'n voertuig op 'n draai met $r = 50$ m en $\mu = 0,75$ teen 'n spoed bokant 69 km/h begin uitgely indien die pad ongebank is, maar eers bokant 82 km/h indien $\theta = 10^\circ$ in (34), terwyl 'n dwarshellingshoek van $36,9^\circ$ vereis word om wrywing heeltemal uit te skakel by eersgenoemde kritieke spoed.

3.6 Omslaan om 'n draai

Teen 'n hoog genoeg spoed op 'n bepaalde paddraai verskuif al die gewig van die voertuig na sy buitekantste wiele ($\frac{W}{W} = 50\%$ in (32) en $N_i = W_i = f_i = 0$ in figuur 14).

Dit sal dan sywaarts begin kantel en selfs omslaan indien die regsom draaimoment groter as die linksom draaimoment word en die swaartepunt S verby die steunpunt van die buitekantste wiele op die pad skuif. Die kritieke spoed waarbo 'n voertuig op 'n draai sal omslaan, volg uit die kombinasie van balansvergelykings (25), (26) en (27) of direk uit momentebalans (28) as

$$v_{ks} = \sqrt{\frac{gr(\bar{x} + \bar{z} \tan \theta)}{\bar{z} - \bar{x} \tan \theta}} \approx \sqrt{\frac{gr(d + h \tan \theta)}{h - d \tan \theta}} \quad (38)$$

Waardes daarvan kan uit die snypte van die boonste stipellyn met die krommes op figuur 15 vir 'n tipiese gesins-

FIGUUR 17: Geometriese bepaling van die krommingstraal van 'n draai in die pad.

FIGUUR 18: Grafieke van kritieke gierspoed, v_{kg} , op 'n draai in die pad as funksie van die krommingstraal, r , en wrywingskoëffisiënt, μ , of ekwivalente dwarshellingshoek, θ_{kg} ($= \tan^{-1} \mu$).

motor ($\frac{d}{h} \sim 1$) op 'n ongebankte ($\theta = 0$) paddraai afgelees word, bv. 80 km/h vir $r = 50$ m. Vergelyking met die kritieke gelyspoed, v_{kg} , volgens (34) toon dat indien die geometriese verhouding, $\frac{d}{h} > \mu$, die wrywingskoëffisiënt, die voertuig slegs sal uitgely, maar nie omslaan nie. Voertuigontwerp vir verhoogde stabiliteit veral om draaie impliseer dus 'n groter spoorwydte, d , en/of laer swaartepunt $\bar{z}$, soos by renmotors duidelik die geval is.

3.7 Vragverskuiwing

Tydens skielike versnelling, remming, om-'n-draai-beweging of botsing van 'n voertuig, ondervind passasiers en vrag traagheidskragte wat hulle dinamiese ewewig relatief tot die bewegende voertuig versteur, sodat hulle uit posisie skuif of gly, heen en weer slinger, omkantel en selfs uit-of afval, tensy hulle vasgegend of -gebind is. Gestel soos in figuur 19 'n voertuig met vrag van massa, m , en eenvoudige horisontale en vertikale afmetings, d en h , het 'n versnelling, a , na links met betrekking tot die gelyk, reguit pad. As gevolg van sy traagheid ondervind die vrag 'n inertiaalkrag, $F = ma$, in die teenoorgestelde rigting na regs relatief tot die vragmotor. Indien a nie te groot is nie, is F in stabiele ewewig met die fisiese kragte, nl. die vraggewig, $W = mg$, en die reaksiekrag van die voertuigvloer,

FIGUUR 19: Vragverskuiwing op 'n versnellende voertuig.

wat uit twee komponente – die wrywing f en normale stutkrag N – bestaan. Hulle vorm 'n geslote kragreghoek en hul werklyne sny deur die swaartepunt S (kyk figuur 19(a)). Soos die versnelling toeneem, vergroot die traagheidskrag en raak die wrywing onvoldoende om dit op te hef. Dan geld die voorwaarde vir translasië (t)

$$F_t \geq f \text{ en } a_t \geq \mu_s g, \quad (39)$$

sodat die vrag agteruit begin gly en moontlik kan afval (figuur 19(b)). Die netto versnelling van die vrag ten opsigte van die pad (p) word verkry deur vektoriële samestelling van a_t by a van die voertuig self:

$$a_p \geq (\mu_p - \mu_v)g, \quad (40)$$

waar onderskei word tussen die wrywingskoëffisiënte van die bande op die pad, μ_p , en van die vrag op die voertuigvloer, μ_v . Soos a toeneem, verskuif die skynbare swaartelyne van $\vec{W} = \vec{W} + \vec{F}$ al hoe meer na agter vanaf A na B op die kontakbasis. Wanneer dit in figuur 19(c) deur die agterpunt B sny, begin die voorpunt A lig en die vrag om B te roteer. Die linksom hersteldraaimoment van die gewig, W_2^d , verminder weens die momentarm wat kleiner as $\frac{d}{2}$ word tydens rotasie wanneer die werklike swaartelyne al nader aan B beweeg, en raak onvoldoende om die regsom draaimoment, F_2^h , te balanseer. Hierdie onstabieleitvoorwaarde vir rotasie (r) vereis dat

$$F_2^h > W_2^d \text{ of } F_r > \frac{mgd}{h} \text{ en } a_r > \frac{gd}{h}. \quad (41)$$

Die vrag hou dus aan roteer en kantel om met verlaging in swaartepunt sodra S vertikaal verby die steunpunt B beweeg (figuur 19(d)).

Voorwaardes (39) en (41) geld ook vir skielike remming of botsing (keer slegs die rigtings van F en f op figuur 19 om) en lewer weer kritieke spoede (36) en (38) vir beweging om 'n draai wanneer die sentrifugaalkrag, $F_v = \frac{mv^2}{r}$, as traagheidskrag optree.

3.8 Veilige beweging om 'n draai

Die bestuurder is hoofsaaklik te blameer wanneer 'n voertuig op 'n draai buite beheer raak weens versuim om doeltreffend spoed te verminder, oorstuuraksie, te kwaai remming en versnelling wat die sentrifugaalkrag (24) vergroot en die balans versteur. 'n Voertuig met voorenjinplasing ($W_v > W_a$) en/of te lae voorbanddruk neig om te onderstuur, nl. te wyd om 'n draai te beweeg, terwyl agterenjinplasing ($W_a > W_v$), te lae agterbanddruk en/of radiale voorbande gekombineer met kruislaagagterbande dit weer laat oorstuur, nl. 'n draai te skerp sny.²⁴ Renjaers maksimiseer hulle spoed per beskikbare dryfkrag om 'n draai deur so wyd moontlik daarom te ry en 'n konstante groot radius, r , te handhaaf (figuur 20). Om veiligheidsredes word aanbeveel²⁴⁻²⁶ dat gewone motoriste daarenteen die draaibeweging teen 'n skerper hoek uitvoer, ten einde hulle uitsig "deur" die draai te verbeter en hulle spoed by die kromming ($1/r$) van die betrokke draai aan te pas (figuur 21). Die skerpte van 'n naderende draai word gepeil deur te kyk of die verdwynpunt van die pad op die draai (figuur 21(a)) beweeg ("oopmaak") of stilstaan. Laasgenoemde geval vereis 'n spoedvermindering deur versigtig te rem of af te rat voor die aanvang van die draai. Om die uitsig "deur" die draai te verbeter, moet na die buitekant (punt C) van die draai gestuur word sonder om die padverdelingslyn oor te steek. Sodra "deur" die draai gesien kan word,

FIGUUR 20: Beweging om 'n draai op 'n renbaan.

FIGUUR 21: Aanbevole beweging om 'n draai op 'n gewone pad.²⁶

moet so reguit moontlik (lyn CD) daardeur gestuur word (figure 21(b) en (c)) om die sentrifugaalkrag op die voertuig tot 'n minimum te beperk, waarna progressief versnel kan word. Alle rem-, stuur- en versnelaksies behoort versigtig en gladweg uitgevoer te word. Ten einde stuurkontrole te behou, moet die voorwiele aanhou rol met behoud van draaimomentum en is dit gevaarlik om skerp rem te trap wanneer 'n voertuig op 'n draai begin uitgly.

4. DINAMIESE BEHOUDWETTE TYDENS BOTSING

Die fisika van botsings word dikwels met die voorbeeld van dié tussen elastiese, sferiese snoekerballe bespreek (figuur 22).¹⁷ Motorvoertuie as ruimtelike uitgebreide liggame wat vervormbaar en slegs gedeeltelik elasties is, verskil egter hiervan.

FIGUUR 22: Modelvoorstelling van die drie onderskeibare fases van 'n kop teen kop voertuigbotsing.¹⁷

4.1 Momentum en bewegingsenergie

Die produk van die massa, m , en snelheid, v , van 'n bewegende voertuig definieer die lineêre momentum daarvan

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad (42)$$

wat soos die snelheid 'n vektorhoeveelheid met grootte en rigting is. Volgens Newton se tweede bewegingswet kan die krag wat op die voertuig uitgeoefen word, gelyk aan die tempo waarteen sy momentum verander, gestel word. Anders uitgedruk, is die kragimpuls, nl. produk van die krag en tydsduur waarvoor dit uitgeoefen word, gelyk aan die momentumverandering van die voertuig:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \text{ of } \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \Delta \vec{p}. \quad (43)$$

Sulke impulsiewe momentumveranderinge vind tydens skielike versnelling of remming van 'n voertuig of tydens botsing met 'n ander voertuig of voorwerp plaas. Die bot-

singskrag wat twee voertuie (sê 1 en 2) as 'n geïsoleerde sisteem by die botsingspunt op mekaar uitoefen, is volgens Newton se derde wet van wisselwerking gelyk in grootte, maar teenoorgesteld in rigting:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}. \quad (44)$$

Aangesien die tyd van kontak oftewel botsingstyd, $\Delta t = t_2 - t_1$, dieselfde vir albei voertuie is, volg uit (43) en (44) dat die toename of wins in momentum van die een voertuig (1) gelyk is aan die afname of verlies in momentum van die ander (2):

$$\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2 \text{ of } \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0, \quad (45)$$

sodat hulle totale momentum behoue bly, dit wil sê voor en na die botsing dieselfde sal wees:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \text{ of } m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2. \quad (46)$$

Hierdie momentumbehoudswet kan gebruik word om die snelhede voor of na (onderskei met aksenttekens) botsing te bereken, indien een stel reeds bekend is, bv. na bepaling uit remsleepmerke (afd. 2.4). Dit vereis geen besonderhede oor die wisselwerking, soos die variasie van die kontakskrag met die botsingstyd, en die aard van die permanente vervorming nie. In die afwesigheid van 'n impulsiewe krag bly die momentum van elke voertuig afsonderlik konstant en beweeg dit teen 'n konstante spoed in 'n reguit lyn, in ooreenstemming met Newton se eerste bewegingswet.

Die kinetiese of bewegingsenergie van 'n bewegende voertuig varieer regeweredig met die massa en kwadrates met die spoed daarvan volgens

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}. \quad (47)$$

In teenstelling met momentumbehoud wat vir alle botsings in die afwesigheid van eksterne kragte geld, bly die totale kinetiese energie van die twee voertuie nie behoue nie, maar verminder weens negatiewe werk om hulle permanent te vervorm:

$$W = \Delta E_k = E'_k - E_k < 0 \\ \text{of} \\ \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 > \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2. \quad (48)$$

4.2 Sentriese botsings met slegs translasie

Dit is gevalle soos in figuur 23, wanneer twee voertuie met hulle swaartepunte S_1 en S_2 in lyn met die een of albei se bewegingsrigting bots, sodat hulle nie roteer nie en gou langs die oorspronklike bewegingslyn tot rus kom.

FIGUUR 23: Sentriese botsing van voertuie met swaartepunt in lyn met die bewegingsrigting (geen draaiing).²¹

- (a) *Reglynige botsings*: Dit is gevalle waar die twee voertuie voor en na botsing langs dieselfde reguitlyn deur hul massamiddelpunte beweeg. Die momentumbehoudswet (46) vereenvoudig dan tot die algebraïese een-dimensionele beskrywing

$$m_1 v_1 \pm m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2, \quad (49)$$

waar onderskei word tussen 'n kop teen stert (boonste + teken) en kop teen kop (onderste - teken) botsing. Hieruit volg dat die snelhede van die voertuie omgekeerd eweredig met hulle massas verander:

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = \frac{v'_1 - v_1}{v'_2 - v_2} = \mp \frac{m_2}{m_1} \quad (\theta = 0^\circ \text{ en } 180^\circ), \quad (50)$$

sodat die voertuig met groter massa 'n kleiner snelheidsverandering ondervind. Die bewegingsrigting van die een met kleiner massa keer om tydens 'n kop teen kop botsing indien hulle voor botsing ongeveer dieselfde spoed ($v_1 \approx v_2$) gehad het. Wanneer sulke voertuie ($m_1 \neq m_2$) oombliklik na 'n kop teen kop botsing tot rus kom ($v'_1 = 0 = v'_2$), sal hul aanvanklike momenta mekaar moet uitwis:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \text{ of } \frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_2}, \quad (51)$$

wat gebruik kan word om die een se aanvanklike spoed in terme van die ander s'n (indien bekend) te bereken. So byvoorbeeld vir twee voertuie met massas 1 050 en 1 500 kg, is hierdie verhouding 0,7 sodat die spoed van die swaarder voertuig voor botsing 70 km/h was indien dié van die ligter voertuig 100 km/h was.

Dit is gerieflik¹⁷ om die kontak tydens botsing in twee fases te verdeel. Die voorwaartse impak of inslag geskied vanaf die tydstop wanneer die twee voertuie mekaar tref en met indringing langs hulle oorspronklike pad bly beweeg, totdat hulle spoed tot v' gelykemaak is en die botsingskrag met toename in kontakoppervlak tot 'n piekwaarde gegroei het. Dit word gevolg

deur die terugbous of terugslag in die geval van nievolkome, starre liggame, wanneer die reaksiekrag die liggame skei, sodat die een se spoed hoër en die ander s'n laer as v' word. Hierdie verandering in die botsingskragte en voertuigsnelhede word grafies as funksies van die botsingstyd in figuur 24 voorgestel. Die area onder die F - t grafiek verteenwoordig die impulsiewe momentumverandering (43). Die momentumbehoudswet (49) kan uitgebrei word tot

$$m_1(v_1 - v') \pm m_2(v' - v_2) = m_1(v'_1 - v') + m_2(v'_2 - v') \quad (52)$$

om die voorwaartse (links) $\hat{P}_1$ - en terugwaartse (regs) $\hat{P}_2$ -impulse eksplisiet aan te dui. Indien die voertuie nie aan mekaar bly kleef gedurende die volle eerste fase nie en dus nie hulle gemeenskaplike spoed v' bereik nie, soos dikwels die geval vir skrams botsings by kruisings of met fietsryers, is dit 'n gedeeltelike slag of impak wat kwantitatief uitdrukbaar is in terme van die verhoudingsgetal

$$z_1 = \frac{v'_1}{v'} \text{ of } z_2 = \frac{v'_2}{v'}. \quad (53)$$

Die elastisiteitsgraad van die tweede fase word weer kwantitatief beskryf in terme van die restitusiekoëffisiënt of botsingsgetal, wat gedefinieer word as die verhouding van die terugwaartse tot voorwaartse slagimpulse uit (52), of die relatiewe snelhede na en voor botsing:

$$\epsilon = -\frac{v'_{12}}{v_{12}} = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}. \quad (54)$$

Waardes hiervan wissel tussen $\epsilon = 1$ vir 'n volkome elastiese botsing waar daar geen permanente vervorming of bewegingsenergieverlies is nie ($E'_k = E_k$); en $\epsilon = 0$ tydens 'n volkome onelastiese botsing waartydens permanente vervorming ten koste van 'n verlies in kinetiese energie ($E'_k < E_k$) plaasvind en die botsingvoorwerpe tot 'n eenheid ($v'_1 = v'_2 = v'$) na botsing koppel. Beraamde waardes uit gekontroleerde motorbotsings verkry, is 0,84 by 16 km/h; 0,47 by 32 km/h en 0 by 40 km/h en hoër.²⁷

In die geval van 'n reglynige, onelastiese botsing kan die gemeenskaplike snelheid net na botsing bereken word uit momentumbehoud (49) volgens

$$v' = \frac{m_1 v_1 \pm m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (\epsilon = 0) \quad (55)$$

mits die snelhede voor botsing (bv. uit wielsleepmerke volgens afd 2.4 bepaal) en voertuigmassas bekend is. Indien laasgenoemde gegewens konstant gehou word, sal v' groter wees in 'n kop teen stert as in 'n kop teen kop botsing. Die rigting van v' in laasgenoemde geval word deur die oorheersende momentum van voertuig 1 of 2 bepaal. So byvoorbeeld vir 'n vragmotor met $m_1 = 10\,000$ kg en $v_1 = 50$ km/h wat teen 'n motor met $m_2 = 1\,500$ kg en $v_2 = 100$ km/h bots, lewer (55) $v' = 57$ km/h en 30 km/h in die vragmotor se rigting, en (48) die relatiewe bewegingsenergieverkwisting, $\frac{\Delta E_k}{E_k} = 8$ en 73%, respektiewelik vir 'n kop teen stert en kop teen kop botsing.

- (b) *Skuinshoekige botsing*: Gestel soos in figuur 25 dat die twee voertuie teen 'n hoek θ tussen hulle oorspronklike bewegingsrigtings bots en uiteindelik by eindposisies met hoekoriëntasies θ'_1 en θ'_2 respektiewelik tot rus kom. Weens hulle vektoraard word die snelhede en

FIGUUR 24: Verandering van botsingskragte en snelhede tydens 'n kop teen kop botsing.¹⁷

FIGUUR 25: Momentumvektor- en kragimpulsdiagram vir 'n skuinshoekige botsing.¹⁷

momenta na botsing in twee komponente langs die twee oorspronklike bewegingsrigtings ontbind. Elke voertuig probeer om sy bewegingsrigting aan die ander een af te dwing, bv. voertuig 1 versnel 2 tot spoed $v_{21} = v_2 \sin \theta_2'$ in sy oorspronklike rigting, terwyl sy eie spoed van v_1 tot $v_{11} = v_1 \cos \theta_1'$ verminder. Momentumbehoud word afsonderlik in die twee oorspronklike rigtings bevredig volgens

$$\begin{aligned} m_1(v_1 - v_{11}') &= m_2 v_{21}' - m_2(v_2 - v_{22}') \cos \theta \\ m_2(v_2 - v_{22}') &= m_1 v_{12}' - m_1(v_1 - v_{11}') \cos \theta. \end{aligned} \quad (56)$$

Kombinasie en herrangskikking hiervan lewer die groottes van die botsingsnelhede as funksies van bepaalbare voertuigmassas, spoede na botsing (uit wielsleepmerke) en hoeke:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_{11}' + \frac{m_2 v_{21}' - m_1 v_{12}' \cos \theta}{m_1 (1 - \cos^2 \theta)} \\ &= v_1 \cos \theta_1' + \frac{m_2 v_2 \sin \theta_2' - m_1 v_1 \sin \theta_1' \cos \theta}{m_1 (1 - \cos^2 \theta)} \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} v_2 &= v_{22}' + \frac{m_1 v_{12}' - m_2 v_{21}' \cos \theta}{m_2 (1 - \cos^2 \theta)} \\ &= v_2 \cos \theta_2' + \frac{m_1 v_1 \sin \theta_1' - m_2 v_2 \sin \theta_2' \cos \theta}{m_2 (1 - \cos^2 \theta)}. \end{aligned}$$

Die linkerkante van (56) definieer die kragimpulse wat elke voertuig in sy bewegingsrigting op die ander een tydens botsing uitoefen en wat in momenta omgeskakel word. Vektorsommasie daarvan (figuur 25) lewer die resulterende botsingsimpuls uitgeoefen by die botsingspunt, met grootte

$$\hat{P} = Ft = \sqrt{m_1^2 (v_1 - v_{11}')^2 + m_2^2 (v_2 - v_{22}')^2}. \quad (58)$$

Die botsingshoek, θ , kan enige waarde tussen 0° en 180° (ekstreme reglynige gevalle, afd 4.2(a)) aanneem. In geval van 'n skerphoekige botsing ($0 < \theta < 90^\circ$, $\cos \theta > 0$, figuur 25) word elke voertuig se botsingsimpuls deur 'n komponent van die ander voertuig s'n

versterk, maar in dié geval van 'n stomphoekige botsing ($90^\circ < \theta < 180^\circ$, $\cos \theta < 0$) vind verswakking weer plaas. In die geval van 'n reghoekige botsing ($\theta = 90^\circ$, $\cos \theta = 0$) wat algemeen by straatkruisings voorkom, vereenvoudig (57) en (58) respektiewelik tot

$$\begin{aligned} v_1 &= v_{11}' + \frac{m_2 v_{21}'}{m_1} = v_1 \cos \theta_1' + \frac{m_2}{m_1} v_2 \sin \theta_2' \\ & \quad (\theta = 90^\circ) \quad (59) \\ v_2 &= v_{22}' + \frac{m_1 v_{12}'}{m_2} = v_2 \cos \theta_2' + \frac{m_1}{m_2} v_1 \sin \theta_1' \end{aligned}$$

en

$$\hat{P} = \sqrt{m_1^2 v_{12}'^2 + m_2^2 v_{21}'^2} \quad (\theta = 90^\circ). \quad (60)$$

Beskou as voorbeeld 'n reghoekige botsing met $m_1 = 1\,000$ kg en $m_2 = 1\,500$ kg, waarna die voertuie glytot-rus-merke van lengtes $s_1 = 8,44$ m en $s_2 = 4,75$ m teen hoeke $\theta_1' = 30^\circ$ en $\theta_2' = 20^\circ$ op 'n gelyk pad met wrywingskoëffisiënt $\mu = 0,75$ agterlaat. Die spoede net na botsing volg uit glyformule (14) as $v_1' = 40$ km/h en $v_2' = 30$ km/h; die spoede net voor botsing uit (59) as $v_1 = 50$ km/h en $v_2 = 41,5$ km/h; die resulterende botsingsimpuls uit (60) as $\hat{P} = 9,1$ kN s; en die vervormingswerk uit (48) as $W = \Delta E_k = 82,5$ kJ weens 'n 42%-afname in kinetiese energie.

Bogenoemde uitdrukkings geld vir alle grade van impak: vol of skrams en star of elasties. In die geval van 'n starre volslag het die snelhede van die voertuie na botsing dieselfde grootte, $v_1' = v_2'$ (asook $v_{21}' = v_{11}'$ en $v_{12}' = v_{22}'$) en is parallel, dit wil sê die twee voertuie kom in naasliggende posisies tot rus, soos die maklikste bewys kan word vir die reghoekige geval (59)

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} \frac{v_{11}'}{v_{22}'} \quad (\theta = 90^\circ, z \geq 1). \quad (61)$$

In 'n skrams botsing bereik elke voertuig nie die ander een se eindspoed nie

$$v_{21}' < v_{11}' \text{ en } v_{12}' < v_{22}' \quad (z < 1) \quad (62)$$

en kom ook nie in naasliggende posisies tot rus nie, maar elkeen nader aan sy eie oorspronklike bewegingsrigting as aan dié van die ander een waarteen dit gebots het. In die seldsame geval van 'n volkome elastiese voltrefslag sal weer

$$v'_{21} > v'_{11} \text{ en } v'_{12} > v'_{22} \quad (\epsilon = 0, z \geq 1). \quad (63)$$

4.3 Eksentriese botsings met draaibeweging of spin

Voertuig wat met hulle massamiddelpunte S_1 en S_2 uit lyn bots, ondervind eksentriese kragte wat hulle daaromheen laat draai na botsing soos in figuur 26. Die draairigting hang af van die posisie waar die eksentriese krag relatief tot die massamiddelpunt uitgeoefen word: as die botsingskontak byvoorbeeld op die linkerkant is, sal die vrye regterkant aanhou beweeg en die draaisin bepaal. Die verset van 'n voertuig teen draaiing word in terme van sy polare traagheidsmoment uitgedruk, nl. die produk van sy massa (veronderstel eweredig oor die wiele versprei) met die kwadraat van die radiale afstand vanaf die swaartepunt S :

$$I_s = mr^2 = m \left(\frac{b^2 + d^2}{4} \right). \quad (64)$$

Met tipiese waardes (kyk na tabel 1, Saayman¹³) vir die massa, m , asafstand, b , en spoorwydte, d , ingestel, lewer (64) $I_s = 2\,900 - 7\,000 \text{ kg m}^2$ vir 'n klein tot groot pasasiersmotor, wat 2,5 keer soveel as vir 'n soliede sfeer (snoekerbal) van dieselfde radius is.

Beskou nou 'n eenvoudige geval in figuur 27 waar voertuig 1 met snelheid, v_1 , eksentries teen stilstaande voertuig 2 bots sodat dit 'n gekombineerde beweging uitvoer, nl. translasië van sy massamiddelpunt langs die pad,

$S_2 - S_2 - S_2$, en rotasie deur 'n hoek, θ ($= 90^\circ$ getoon), om 'n as deur sy massamiddelpunt. Die draaimoment weens die botsingskrag, F , wat by die kontakpunt oor 'n radiale afstand, r , vanaf S_2 werk

$$\tau = Fr, \quad (65)$$

sal verander soos F (kyk figuur 24) en moontlik ook r (weens vervorming) tydens kontak verander. Dit veroorsaak volgens Newton se rotasiewet

$$\tau = \frac{dL}{dt} = I\alpha \text{ of } \int_{t_1}^{t_2} \tau dt = \Delta L \quad (66)$$

'n hoekversnelling, $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$, of hoekimpuls,

$\int_{t_1}^{t_2} \tau dt$, wat die voertuig laat draai met 'n wins in hoekmomentum

$$L = I\omega = (mr^2) \left(\frac{v}{r} \right) = mvr, \quad (67)$$

waar 'n gemiddelde hefboomarm, $\bar{r}$, gebruik word vir gevalle van vervorming. Die momentumbehoudswet tydens botsings kan uitgebrei word om vir sowel translasië as rotasie voorsiening te maak:

$$\begin{aligned} m_1(v_1 - v'_1) &= m_2v'_2 \text{ (translasië)} + \frac{I_2\omega'_2}{\bar{r}_2} \text{ (rotasie)} \\ &= m_2 \left(v'_2 + \frac{r^2\omega'^2}{\bar{r}} \right) = m_2v'_2. \end{aligned} \quad (68)$$

Die "virtuele eindspoed" van voertuig 2

$$v_2 = v'_2 + \frac{r^2\omega'^2}{\bar{r}} \quad (69)$$

kan bepaal word deur die wrywingswerk tydens die swaai-glybeweging van die wiele aan die residuele bewegingsener-

FIGUUR 26: Skrams botsings van voertuie wat eksentriese kragte skep, met gevolglike draaiing om hulle swaartepunte.²¹

FIGUUR 27: Direkte eksentriese botsing met tol deur 90° .¹⁷

gie gelyk te stel:

$$W = f\bar{s} = \mu m_2 g \bar{s} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (70)$$

sodat

$$v_2 = \sqrt{2\mu g \bar{s}} \quad (71)$$

Die gemiddelde geboë glymerkengte

$$\bar{s} = \frac{s_{ru} + s_{ru} + s_{lu} + s_{lu}}{4} \quad (72)$$

kan direk deur meting bepaal word, of andersins geometries as funksie van die draaihoek benader word as

$$\bar{s}(\theta) = \sqrt{s^2 + \left(\frac{\theta}{90^\circ}\right)^2 r^2}, \quad (73)$$

waar die reglynige translasiëafstand $s < \bar{s}$ van swaartepunt S_2 ook direk in glyformule (14) gebruik kan word om die translasiëspoed v_2 te bepaal.

Die bewegingsenergie kan ook in twee komponente weens translasië en rotasië verdeel word volgens

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 (\text{translasië}) + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 (\text{rotasië}), \quad (74)$$

waaruit die hoeksnelheid berekenbaar is as

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{m_2}{I_2} (v_2^2 - v_1^2)} = \sqrt{\frac{v_2^2 - v_1^2}{r^2}} \quad (75)$$

Die residuele spoed v_1 van voertuig 1 kan op soortgelyke wyse uit sy geboë glymerke bepaal word (nie aangetoon op figuur 27 nie) sodat die botsingspoed v_1 uit die ekwivalent van behoudswet (68) bepaalbaar is.

4.4 Botsingstye en -versnellings

Wanneer twee voertuie (hipoteties sferies voorgestel¹⁷) kop teen kop soos in figuur 28 bots, ondergaan hulle vervorming by die botsingspunt sodat hul massamiddelpunte oor afstande s_1 en s_2 verplaas word, afhangende van hoe sag en onbuigsaam (soos plastiek) of hard en buigsaam (soos metaal) hul materiaal is. Hoe harder en onbuigsamer die materiaal, hoe korter is hierdie primêre inslagverplasing en hoe groter is die botsingskrag. Hoe meer elasties die botsing is, hoe groter is die sekondêre terugslag sodat die botsingspad verkort word met die terugslagafstande s_1'' en s_2'' om die resulterende botsingspaaie

$$s_1 = s_1' - s_1'' \text{ en } s_2 = s_2' - s_2'' \quad (76)$$

te lewer. Dit moet onderskei word van die vervormingspaaie

FIGUUR 28: Verband tussen die botsings- en vervormingspaaie tydens 'n kop teen kop botsing.¹⁷

$$d_1' = z_1 - z_2' \text{ en } d_2' = z_2 - z_2'. \quad (77)$$

bv. klein d_1' vir 'n harde liggaam soos 'n swaardiensvragmotor en groot d_2' vir 'n sagter liggaam soos 'n pasasiersmotor (soos geskets in figuur 28). Hulle verwantskap is

$$s_1' + s_2' = d_1' + d_2' \text{ waar } s_1' \neq d_1' \text{ en } s_2' \neq d_2'. \quad (78)$$

Uit figuur 22(a) en (b) volg dat verplasinge s_1 en s_2 respektiewelik teen gemiddelde spoede

$$\bar{v}_1 = \frac{v_1 + v'}{2} \text{ en } \bar{v}_2 = \frac{v_2 + v'}{2} \quad (79)$$

afgelê word, sodat die eerste botsingstyd tydens volle inslag

$$t_1 = \frac{s}{\bar{v}} = \frac{s_1' + s_2'}{\bar{v}_1 \mp \bar{v}_2} = \frac{2(d_1' + d_2')}{v_1 \mp v_2}, \quad (80)$$

waar die dubbelteken in die noemer vir 'n kop teen stert (−) en kop teen kop botsing (+) voorsiening maak. Die tweede botsingstyd tydens elastiese terugslag met permanente vervorming, $d = d_1 + d_2$, is

$$t_2 = \frac{2(s - d)}{v_1 + v_2}, \quad (81)$$

wat relatief tot die eerste tyd uitgedruk word as

$$\frac{t_2}{t_1} = \left(\frac{s - d}{s}\right) \frac{v_1 \mp v_2}{v_1 + v_2} = \epsilon \frac{v_1 \mp v_2}{v_1 + v_2} = \frac{v_2' - v_1'}{v_1' + v_2'}, \quad (82)$$

na gebruik van die botsingsgetal (54). Die totale botsingstyd vir 'n elastiese impak is dan

$$t = t_1 + t_2 = \frac{2v_2'}{v_1' + v_2'} t_1 \quad (83)$$

en die vertraging (negatiewe versnelling) as gevolg van die botsing is

$$a = \frac{v' - v}{t}. \quad (84)$$

Vir twee voertuie wat byvoorbeeld teen 30 km/h nie-elasties kop teen kop bots, wedersyds mekaar $d_1' + d_2' = 0,40$ m indring en tot rus kom, lewer¹⁷ dit $t = t_1 = 0,05$ s en $a = 167 \text{ m/s}^2 = 17g$, wat binne die omvang van empiriese vertraging van 5-55g is, in vergelyking met 0,75g vir noodremming op 'n droë, growwe teerpad.

4.5 Botsingswerk

Die kragte wat tydens botsing ontstaan, word langs die botsingspad uitgeoefen en verrig werk tydens vervorming wat gelyk is aan die verandering in bewegingsenergie tydens spoedafname:

$$W = F\bar{s} = \Delta E_k. \quad (85)$$

Dit is in twee komponente verdeelbaar, nl. eerstens negatiewe werk tydens inslag totdat die gemeenskaplike spoed, v' , bereik is

$$W_1 = \frac{1}{2} [m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - (m_1 + m_2) v'^2] = \frac{1}{2} \mu v_{12}^2 < 0, \quad (86)$$

en tweedens positiewe werk tydens terugslag wanneer die kinetiese energie gedeeltelik herwin word

$$W_2 = \frac{1}{2} [m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 - (m_1 + m_2) v'^2] = \frac{1}{2} \mu v_{12}'^2 > 0. \quad (87)$$

Die effektiewe botsingswerk volgens die Carnot-vergelyking

$$W = W_1 - W_2 = \frac{1}{2} m_1 (v_1^2 - v_1'^2) + \frac{1}{2} m_2 (v_2^2 - v_2'^2) = \frac{1}{2} \mu v_{12}^2 (1 - \epsilon^2), \quad (88)$$

waarin die gereduseerde massa van die twee voertuie asof hulle as 'n eenheid beweeg, gedefinieer word as

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad (89)$$

en die relatiewe snelheid, $v_{12} = v_1 \mp v_2$, soos voorheen. Uit (88) blyk dat dit toeneem soos die elastisiteit afneem en 'n maksimum vir 'n volkome onelastiese botsing ($\epsilon = 0$) bereik. Hierdie verlies aan bewegingsenergie word omgesit na wrywing, hitte, elektrisiteit, vibrasies (in alle tipes botsings) en permanente vervorming (in gedeeltelike elastiese botsings). Indien die botsing skuins met hoek α tussen die kragwerklyn en voertuigas plaasvind, word die vervormingsenergie met 'n faktor $(1 + \tan^2 \alpha)$ versterk weens skuurwrywing tussen die voertuie.²⁸

5. FISIESE HERKONSTRUERING EN ANALISE VAN 'N TIPIESE BOTSING

Die voorafgaande teorie word nou in 'n botsingsvoorbeeld toegepas wat ook die nuttige rol van 'n fisikus in geregtelike ondersoeke illustreer. Wetenskaplike getuienis soos hier uiteengesit, word sedert 1989 op versoek van die staatsaanklaer in die plaaslike landdroshof aangevoer. Soortgelyke voorbeelde wat onder andere ook voetgangers, wat gedurende 1989 47% van die sterftesyfer van 10 877 op die RSA paaie uitgemaak het, betrek, word elders in oorsese botsingsonderzoekhandleidings^{17, 20-22, 29} bespreek.

5.1 Situasië

'n Passasiersmotor A wat van suid na noord op 'n gelyk dubbelpad ry, bots reghoekig by 'n kruising teen 'n afleweringsvoertuig B wat van oos na wes op 'n gelyk enkelbaan ry. Beide voertuie rem teen 75% doeltreffendheid en gly voor en na botsing.

5.2 Teenstrydige verklarings deur die bestuurders aan die ondersoekbeampste

- A: "Ek het teen omtrent 60 km/h gery toe die afleweringsvoertuig skielik van regs verskyn en teen my vasry. Dit het nie voor die kruising gestop nie. Ek het hard gerem, maar kon nie betyds stilhou nie."
- B: "Ek het voor die kruising gestop, gekyk en toe stadig verder gery. Skielik het die passasiersmotor teen 'n hoë spoed van links op my afgepeil en teen my gebots."

5.3 Metings op ongelukstoneel deur ondersoekbeampste

Lengte van wielsleepmerke:

voor botsing: $s_A = 9,5$ m; $s_B = 8,0$ m
na botsing: $s'_A = 7,0$ m; $s'_B = 4,5$ m

Finale posisies van voertuie (massamiddelpunt) relatief tot die oos-wes-botsingsposisielyn:

$$\theta'_A = 40^\circ; \quad \theta'_B = 30^\circ$$

Voertuigmassas: $m_A = 1\,500$ kg; $m_B = 2\,000$ kg

Wrywingskoeffisiënt tussen bande en teerpad (uit trek-sleetoets, afd 2.4): $\mu = 0,75$

5.4 Minimum spoedberekening deur fisikus

- (a) *Net na botsing*: uit gly-tot-stop-formule (14) volg

$$v'_A \geq 36,4 \text{ km/h en } v'_B \geq 29,2 \text{ km/h}$$

- (b) *Net voor botsing*: uit momentumbehoud (59) volg

$$v_A = v'_A \cos \theta'_A + \frac{m_B}{m_A} v'_B \cos \theta'_B \geq 61,6 \text{ km/h} = 17,1 \text{ m/s}$$

$$v_B = v'_B \sin \theta'_B + \frac{m_A}{m_B} v'_A \sin \theta'_A \geq 32,2 \text{ km/h} = 8,9 \text{ m/s}$$

- (c) *Net voor remming*: uit spoedkombinasie (11) met $\theta = 0$ en v uit (b) ingestel, nl.

$$u \geq \sqrt{2\mu g s + v^2}, \text{ volg } u_A \geq 74,8 \text{ km/h} = 20,8 \text{ m/s}$$

en $u_B \geq 50,6 \text{ km/h} = 14,1 \text{ m/s}$

5.5 Herkonstruksie op skaalplan (figuur 29)

- (a) Beginnende by die *botsingspunt* (B) as "oorsprong" word in ruimte en tyd langs die aantogpaaie van die twee voertuie teruggewerk om die gebeure aanleidend tot die botsing te herkonstrueer.

- (b) Die *handelingspunt* (H) is waar vermydingsoptrede soos remming begin, nl. benaderd by die aanvang van die wielsleepmerke voor die botsing by posisies $s_A = 9,5$ m en $s_B = 8,0$ m en op tydstippe bereken uit

$$t = \frac{v - u}{a} = \frac{v - u}{-0,75g}, \text{ nl. } t_A = 0,5 \text{ s en } t_B = 0,71 \text{ s.}$$

- (c) Die *punt van werklike waarneming* (W) is waar en wanneer die bestuurders bewus geword het van die botsingsgevaar, en word deur die reaksietyd, t_r , en -afstand, $s_r = ut_r$, van die handelingspunt geskei. Indien albei bestuurders 'n vinnige reaksietyd van 0,75 s het, volg na bytelling by die waardes in (b) dat $t_A = 1,25$ s; $s_A = 25,1$ m en $t_B = 1,46$ s; $s_B = 18,6$ m.

- (d) Die *vermydingspunt* (V) is die posisie en tydstip waarna die botsing weens die fisiese bewegingswette nie meer verhoed kon geword het nie en wat voor of na punt W geleë kan wees. Dit is uit die som van die reaksie- en rem-tot-stilhou-afstande en -tye, vgl. (4) en (5) bepaalbaar, nl. $s_A = 45,0$ m; $t_A = 3,58$ s en $s_B = 24,1$ m; $t_B = 2,67$ s.

- (e) Die *punt van moontlike waarneming* (MW) is die verste posisie en vroegste tydstip waar 'n normale persoon van die komende gevaar bewus kon geword het. Dit word deur 'n probeer-en-tref-metode op die skaalplan bepaal deur die langste gesiglyn (sonder enige versper-ring) tussen opeenvolgende voertuigposisies te trek. Die verskil tussen hierdie punt en dié van werklike waarneming word die waarnemingsvertraging genoem, wat veroorsaak word deur die onwaaksamheid en afgedwaalde aandag van die bestuurder.

5.6 Analise

Vanaf die skaalplan kan die volgende gevolgtrekkings gemaak word:

- (a) Bestuurder A het, teenstrydig met haar verklaring, die 60 km/h-spoedgrens aansienlik (amper met 15 km/h) oorskry. Haar aandag het so afgedwaal weens kinders wat voor die skoolgebou gespeel het, dat sy eers 'n afstand, $MW - W = 26,1$ m, nadat sy al die naderende voertuig B kon gesien het, dit waargeneem het. Toe was sy al 'n afstand, $V - W = 19,9$ m, verby die punt vanwaar sy kon gerem het om betyds te kon stilhou by die kruising en die ongeluk te kon vermy het.
- (b) Bestuurder B het wel binne die spoedgrens gery, maar het die naderende voertuig A eers kort duskant die stilhoulyn gewaar en was dus nie van plan om by die kruising stil te hou, soos hy beweer het dat hy wel gedoen het nie. Albei bestuurders het dus hier skuld aan die botsing.

FIGUUR 29: Analise van 'n reghoekige botsing.

6. VERVORMING: VOERTUIGSKADE EN PASSASIERBESERINGS

Ten einde motorontwerp te verbeter ten opsigte van minder botsingskade en groter passasiersveiligheid voer motorvervaardigers soos Volkswagen,³⁰ Opel en Ford, en navorsinginstansies soos die Suid-Afrikaanse Buro vir Standaard (vir kontrole oor sitplekgordels), National Road Research Laboratory (NRRL)³¹ in die VK en Calspan Corporation³² in die VSA gekontroleerde botsingsimulasies uit. Motors met mensagtige poppe of kadawers as insittendes word met afstandbeheer in betonversperrings vasgejaag, terwyl videokameras die posisieveranderinge fotografeer en verskeie elektroniese sensors die spoed, versnelling en spanning op die voertuig en insittendes as funksie van die botsingstyd meet. Van hierdie data word in figure 30 en 31 getoon. Wiskundige modelle word gebou en met behulp van rekenaars ontleed om die invloed van faktore soos spoed, rompversterkings, lugkussings, veiligheidsgordels, ens. op die gedrag van die botsingsstelsel te bepaal.

6.1 Botsingskrag en permanente vervorming

Wanneer die skade aan 'n voertuig as gevolg van 'n botsing ondersoek word, asook maniere hoe om die insittendes teen beserings te beskerm, is dit belangrik om kennis op te doen oor die kragte wat die bewegende liggame tot rus

bring. Die botsingskragte, asook hul aangrypingspunte en paaie, verskil van botsing tot botsing en varieer tydens elke botsing volgens die materiaal, vorm en struktuur van die betrokke voertuie, die wyse en posisie van impak, ens. Hierdie temporale kragverandering is baie kompleks soos die piekvormige figure 30(a) en 31(a) aantoon. Eers maak sagter dele soos die buffers, ligte, wanden en deure kontak, wat later gevolg word deur die harder onderdele soos die raamwerk, asse, vere, hulsels, ens. 'n Groot verskeidenheid van materiale, wat wissel van elasties tot plasties en hard tot bros, tree op sodat die impak nie by 'n enkele nie, maar by verskeie punte en areas gelyktydig begin. 'n Reeks van veranderende en heterogene kragimpulse en gepaardgaande momentumveranderinge moet bymekaar getel word volgens die impulsmomentumbeginsel:

$$m_1 v_1 \pm m_2 v_2 = \int_0^t F dt = m_1 v'_1 \pm m_2 v'_2 \quad (\theta = 0 \text{ of } 180^\circ), \quad (90)$$

was wiskundig moontlik is deur die area tussen die $F-t$ grafiek en tydas te bepaal. Deur deling met die botsingstyd, $t = t_1 + t_2$, kan 'n teoretiese gemiddelde botsingskrag, $\bar{F} = \frac{\int_0^t F dt}{t}$, dan bepaal word. Kragimpulse van dieselfde grootte kan vinnig of stadig wees, soos onderskei word deur 'n harde en sagte botsing in figuur 32. Tydens 'n harde botsing soos van 'n voertuig trompop teen

FIGUUR 30: Krag-vervormingskenkrommes tydens trompop botsings.

FIGUUR 31: Bewegingsgrafieke vir 'n direkte botsing van 'n VW Golf motor teen 'n soliede versperring.⁴⁰⁾

'n soliede muur word 'n groot maksimum krag $\sim 10^5$ N oor 'n baie kort tydsduur van 0,1 s uitgeoefen, met gevolglike groot skade, terwyl 'n sagte botsing met plantegroei langs die pad die botsingskrag oor 'n langer tyd sal uitsprei, met minder nadelige gevolg.

Die grootte van die botsingskrag varieer via die werk-energie-beginsel (85) regeweredig met die voertuigmassa en die kwadraat van sy spoed, en omgekeerd eweredig met die afstand waarbinne die voertuig tot stilstand kom. Die omvang daarvan kan aanskoulik voorgestel word deur die "uitwissing" van die bewegingsenergie tydens 'n horisontale botsing teen spoed, v , met 'n stilstaande soliede versperring, gelyk te stel aan die "verlies" in gravitasionele potensiële energie wanneer dieselfde voertuig uit rus vanaf 'n gebou met hoogte, h , val en vertikaal met die grond bots:

$$\Delta E_k = \Delta E_p \text{ of } \frac{1}{2}mv^2 = mgh \text{ sodat } h = \frac{v^2}{2g}. \quad (91)$$

FIGUUR 32: Onderskeid tussen die krag-tyd-grafieke vir 'n harde en sagte botsing.

So byvoorbeeld kan die trefkrag teen 'n spoed, $v = 48$ km/h, vergelyk word met dié wanneer $h = 9$ m, oftewel 'n voertuig wat vanaf die derde verdieping die grond tref. By 'n drie maal hoër spoed, nl. 144 km/h, is die vergelykbare hoogte $3^2 = 9$ maal hoër, wat gelykstaande sal wees aan 'n vrye val vanaf die 27ste verdieping! Mediafoto's bevestig dat in 'n trompop konfrontasie tussen 'n swaargelaaide vrugmotor en 'n ligte passasiersmotor, laasgenoemde altyd die slegste daarvan afkom, omdat hierdie "sagte liggaam" sowel sy eie as die meeste van die vrugmotor se kinetiese energie moet absorbeer (kyk na die vervormingspaaie $d_2 > d_1$ in figuur 28), alhoewel hulle ewe veel momentumverandering ondergaan.

Die ernstigheid van 'n botsing hang egter nie bloot van die trefkraggrootte, F , af nie, maar ook van die (loodregte) oppervlakte, A , waaroor dit uitgeoefen word, oftewel hulle verhouding, wat die lokale drukspanning, $p = \frac{F}{A}$, genoem

word. Hoe groter die drukspanning, hoe groter is die vervorming, nl. die relatiewe verandering in afmetings van die voorwerp wat getref word en die skade wat dus aangerig word. Die materiaaleienskappe speel ook 'n belangrike rol, spesifiek die verhouding van die spanning tot die vervorming, wat die elastisiteitsmodulus daarvan definieer. 'n Materiaal kan "sterk" wees in die sin dat dit 'n groot spanning vereis vir 'n bepaalde vervorming of vanweë 'n groot elastisiteitsperk, nl. die maksimum spanning waarna dit permanent vervorm. Die vervorming tydens 'n voertuig-

botsing is nie 'n eenvoudige magsfunksie van die spanning wanneer die voertuigmateriaal getrek, gedruk, gebuig, gewring, gestamp en versplinter word nie. Dit volg dus nie Hooke se wet op 'n eenvoudige wyse nie, soos uit figuur 30 blyk. Die volgende fenomenologiese eienskappe is egter wel uit botsingsondersoeke afleibaar:¹⁷

- (1) Twee botsingliggame neig om die botsingsproses binne die kortste moontlike tyd, $t_{\min}$, en grootste moontlike krag, $F_{\max}$, uit te voer, terwyl elkeen voortdurend sy bewegingsrigting aan die ander een probeer opdwing.
- (2) Hoe harder en meer star die botsingsmateriaal, hoe groter is die botsingskrag, F , en kleiner is die botsings-tyd, t , en botsingspad, s .
- (3) Hoe groter die kontakarea, hoe groter is die resulteerende botsingskrag vir dieselfde starheid van materiaal.
- (4) Hoe sagter en meer plasties die materiaal is, hoe groter word die kontakarea tydens botsing, maar die krag sal slegs toeneem indien die voertuie solied bly of word.

6.2 Passasiersbeweging tydens 'n trompop botsing

Wanneer 'n bewegende motor reg van voor teen 'n spoed van 50 km/h met 'n soliede versperring soos 'n betonmuur bots, beweeg dit daarna nog 'n kort afstand van ongeveer een meter relatief tot die versperring vorentoe, terwyl die voorkant tussen die buffer en voorruit ($\sim 30\%$ van die motorlengte) iningedruk word of opfrommel, om in minder as 'n tiende van 'n sekonde tot rus te kom. Soos figuur 33 toon, asook die dramatiese SABS-video, bly 'n passasier sonder sitplekgordel weens sy of haar traagheid aan die vorentoe beweeg oor 'n afstand van ongeveer 'n halwe meter relatief tot die voertuig, totdat die liggaam die instrumentepaneel of voorruit tref. Hierdie sogenaamde "tweede botsing" kan ernstige beserings veroorsaak.

Soos figuur 31(a) toon, fluktrueer die vertraging, d.w.s. negatiewe versnelling, om 'n gemiddelde $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \sim \frac{14}{0.08} = 175 \text{ m/s}^2$ of 18g, wat volgens Newton se tweede be-

wegingswet 'n gemiddelde vertragingskrag $\bar{F} = m\bar{a} \sim 2 \times 10^5 \text{ N}$ impliseer. Indien hierdie fluktuasies glad gemaak word, kan die versnellingskromme wiskundig benaderd word³¹ deur 'n kwartsinusvormige golf

$$a(t) = -a_0 \sin \omega t. \quad (92)$$

ierin is a_0 die maksimum waarde of amplitude ($\sim 30g$ in voorbeeld) en

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (93)$$

die hoekfrekwensie ($\sim 20/\text{s}$ in voorbeeld), bepaalbaar uit die periode wat vier keer so lank as die totale botsingstyd is. Deur grafies die area onder die $a - t$ grafiek kumulatief oor agtereenvolgende tydintervalle te bepaal óf direk deur integraalrekening, volg die spoed tydens 'n botsing as 'n funksie van die tyd:

$$v(t) = \int a \, dt = \frac{a_0}{\omega} \cos \omega t, \quad (94)$$

met 'n grafiese voorbeeld in figuur 31(b) getoon. Op soortgelyke wyse vanaf die $v - t$ grafiek volg ook die afstand as 'n funksie van die tyd

$$s(t) = \int v \, dt = \frac{a_0}{\omega^2} \sin \omega t, \quad (95)$$

met 'n grafiese voorbeeld in figuur 31(c) getoon. Uit (92) en (95) volg dat die versnelling regeweredig met die verplasing, maar in die teenoorgestelde rigting (minusteken) volgens

$$a = -\omega^2 s \quad (96)$$

varieer. Volgens Newton se tweede bewegingswet is die krag

$$F = ma = -m\omega^2 s = -kx, \quad (97)$$

met kragkonstante, $k = m\omega^2$ ($\sim 4 \times 10^5 \text{ N/m}$ in voorbeeld), tiperend van 'n eenvoudige harmoniese ossillator soos 'n puntmassa aan 'n vibrerende elastiese veer. Die krag op die ineenstortende metaalromp is dus nie konstant nie, maar neem baie benaderd regeweredig met die hobeveelheid vervorming toe, soos grafies in figuur 30 aangedui. In geval (b) word onderskei tussen 'n dinamiese geval van 'n voertuig wat 'n hoogte h gelykstaande aan 'n bepaalde botsingspoed v volgens (91) bokant die grond opgehys en te pletter laat val word, en 'n statiese geval van hidrouliese saampersing van 'n motorwrak tot metaalafval op 'n skrootwerf. Sowel figuur 30(a) as (b) vertoon impulsiewe momentumfluktuasies, $\Delta p = F\Delta t$, te wyte aan die "sterk" massiewe onderdele soos die enjin en transmissie, wat nie opfrommel nie en aansienlik met die botsingspoed varieer. Aangesien, soos reeds in afd. 6.2 genoem, die kragwet nie eenvoudig volgens Hooke s'n (97) daar uitsien nie, verteenwoordig bogenoemde teoretiese model slegs 'n gerieflike maar growwe benadering van 'n trompop botsing met 'n soliede versperring. Weens die permanente vervorming wat plaasvind, is die algemene ossillatoriese aard in elk geval baie kortstondig.

6.3 Verband tussen voertuigskade en passasiersbesering: sitplekgordels

Figuur 34(a) toon dat die meeste skade vroeg tydens die botsingsproses plaasvind, terwyl die voorwaartse beweging van die passasiers baie stadig ontwikkel. Na ongeveer die helfte van die botsingstyd het die passasierskajuit reeds 80%, maar die insittendes self slegs 20%, van hulle totale voorwaartse beweging voltooi. Dit impliseer dat 'n insittende sonder sitplekgordel die voorkant van die kajuit teen 'n hoë spoed tref, soos afleibaar is uit die gradiënt van die

FIGUUR 33: Passasiersbeweging (p) in 'n motor tydens trompop botsing teen 'n soliede versperring (v).³³

FIGUUR 34: Die beweging van die passasierskajuit en insittendes as funksie van (a) die tydskedule, en (b) mekaar, tydens 'n trompop botsing teen 50 km/h met 'n soliede versperring.³¹

TABEL 4

Botsingsafstande en -vertragsings vir verskillende voorwerpe in die passasierskajuit tydens vervorming as gevolg van 'n trompop botsing van 50 km/h teen 'n soliede versperring³¹

Botsingsvoorwerp	Oorspronklike passasiersafstand (m)	Voorwerpvervorming (m)	Verdere kajuitverplasing (m)	Totale stopafstand vir passasier (m)	Relatiewe passasiersvertraging ($\frac{a}{g}$)
Voorruit	0,4	0,025	0,005	0,030	333
Instrumentepaneel	0,4	0,15	0,005	0,155	65
Stuurwiel	0,25	0,25	0,03	0,28	36
Sitplekgordel	0,025	0,30 (speling)	0,28	0,58	17

relevante kromme, bv. 15 m/s of 54 km/h teen die voorruit op 'n afstand van 0,40 m. Die gevolge van hierdie "tweede botsing" vir die passasier, hang af van die botsingspoed, die massa van die passasier en die tipe voorwerp wat in die kajuit getref word, bv. die voorruit, instrumentepaneel, stuurwiel of sitplekgordel. Die afstand waaroor die vertragsingskrag uitgeoefen word, bestaan uit twee gedeeltes, nl. die vervorming van die voorwerp wat getref word en die verdere verplasing van die passasierskajuit (= verdere opfrommeling van die voertuig). Waardes hiervoor asook vir die gemiddelde vertraging bereken volgens $\bar{a} = \frac{v^2}{2s}$ vir

die betrokke botsingspoed, word in tabel 4 vir bogenoemde teikenvoorwerpe aangedui. Van bo na onder volg daaruit dat hoe groter die vervorming van die teikenvoorwerp en hoe langer die totale stopafstand van die insittende tydens 'n botsing is, hoe kleiner is die gemiddelde vertraging en dus die destruktiële krag wat die passasier ondervind. Die veiligheidsvoordeel van sitplekgordels blyk duidelik aan die onderkant van hierdie tabel.

Alhoewel dieselfde hoeveelheid voertuigmomentum uitgewis moet word, ongeag of die instrumentepaneel of sitplekgordel tydens botsing die kragimpuls aan die insittende oordra, word die destruktiële krag afgeskaal deur dit oor 'n langer tyd te laat werk tydens elastiese vervorming van 'n sitplekgordel. 'n Vasgegorde passasier kom tot rus terwyl die voorkant van die botsingsvoertuig opfrommel, maar 'n ongegorde passasier beweeg eers na die opfrommeling vorentoe en het dus 'n baie korter stoptyd. Voorts word beserings nie deur die krag as sodanig bepaal nie, maar deur die krag per eenheidsarea uitgeoefen, oftewel die drukspan-

ning, $p = \frac{F}{A}$. Laasgenoemde is groot wanneer 'n skedel die skerp rand van die instrumentepaneel tref, maar klein vir die geval van gordelbande om die maag en oor die skouer. Figuur 30(c) toon voorbeelde van spanning-vervormingskrommes vir sitplekgordels. Afgesien van die versagting van die "tweede botsing" hou sitplekgordels ook die passasiers in posisie, as 'n vaste komponent van die voertuig tydens skielike versnellings, teen afdraande, om draaie, ens. Dit maak die reis dus minder liggaamsvermoeiend en verhoed ook dat die insittendes tydens botsings met ernstige gevolge uit hulle voertuie geslinger word. Die effektiwiteit van 'n sitplekgordel, nl. die relatiewe afname in sterftes indien diegene wat dit nie gebruik nie, dit wel sou doen, is uit empiriese gegewens in die VSA bereken³⁴ as 42% vir bestuurders en 39% vir die voorste passasiers. In die VK het die sterftesyfer met 17% gekrimp vanaf 1982 tot 1983 toe die gebruik verpligtend geword het.³⁵ Nieteenstaande hierdie wetenskaplik bewese voordele gordel slegs sowat 61% van motoriste in die RSA ter aanvang van 'n rit vas.³⁶

6.4 Fisiologiese effek van kortstondige, hoë versnellings

Tabel 5 vergelyk versnellings wat in bewegende motorvoertuie ondervind word, met dié van ritte in 'n hysbak of vliegtuig. Passasiersbesering is die kumulatiewe effek van 'n reeks aparte beserings aan verskillende liggaamsdele (oppervlak, skelet, inwendige organe en brein) wanneer beskadigde voertuigdele die liggaam bereik, of die liggaam daarteen geslinger word. Die graad van besering word deur die massa en grootte van die liggaamsdele en voertuigkom-

ponente, die weerstand wat laasgenoemde bied, asook hul relatiewe spoed bepaal. Die toleransiegrens tussen ligte en ernstige beserings, veral van die kop, oor die volle 0,1 s tydsduur van 'n trompop botsing, kan konserwatief op 45g gestel word. Groter versnellings van korter duur is egter ook oorleefbaar soos figuur 35 toon. Sodanige limietversnelling impliseer volgens Newton se tweede bewegingswet, $F = ma$, dat 'n insittende met 'n massa van 50-75 kg aan 'n gemiddelde krag van 22-33 kN onderwerp word. Hoe kleiner die area waaroor die krag uitgeoefen word, hoe gevaarliker is dit. Die drukspanningstoleransie beloop $3,5 \times 10^5$ Pa of benaderd 3,5 atmosfeer, bv. 'n krag van 7 kN wat oor 'n area van $0,02 \text{ m}^2$ uitgeoefen word in die geval van 'n effektiewe sitplekgordel.

TABEL 5

Grootte en tydsduur van kortstondige versnellings waaraan die mens onderwerp word³⁷

Tipe versnelling	Grootte relatief tot gravitasie ($\frac{a}{g}$)	Tydsduur (s)
Hysbak	0,1 – 2,5	1 – 5
Motorvoertuie:		
Gemaklike stilhou	0,25	5 – 8
Ongemaklike stilhou	0,45	3 – 5
Noodremming	0,75	3
Botsing (moontlike oorlewing)	20 – 100	$\leq 0,1$
Vliegtuie:		
Normale opstyg	0,5	10 – 20
Pendeltuigopstyg (met aanjaagvuurpyle)	1,25	120
Katapultopstyg	2,5 – 6	1,5
Uitskietstoel	10 – 15	0,25
Valskerm: oopgaan	8 – 33	0,2 – 0,5
Valskerm: landing	3 – 4	0,1 – 0,2
Botsing: landing (moontlike oorlewing)	20 – 100

FIGUUR 35: Harsingskudding-toleransiekromme van die Wayne Staatsuniversiteit, wat die weerstandsvermoë aandui van die menslike brein tydens botsing van die voorkop teen 'n starre, plat oppervlak.²⁸

7. VEILIGHEIDSONTWERP

Die moderne tegnologie word al hoe meer aangewend om die koppeling tussen voertuig, pad en bestuurder hegte en veiliger te maak.

7.1 Voertuig

Basies vereis die fisika dat 'n bepaalde hoeveelheid momentum (van die orde 10^4 kg m/s) en bewegingsenergie ($10^4 - 10^6 \text{ J}$) tydens 'n botsing geabsorbeer moet word volgens die twee beginsels:

verandering in momentum = krag x stoptyd; en (98)

verandering in bewegingsenergie = krag x stopafstand.

Die groot, skadelike botsingskrag kan dus verswak word deur die stopafstand en -tyd te verleng. Voorts is dit belangrik om die krag oor so 'n groot moontlike oppervlak te versprei en dus die drukspanning te verminder, terwyl vervaardiging uit "sterker" materiaal met groter elastisiteit ook nodig is. Konstruksie van 'n "veilige" voertuig behels basies voor- en agtergedeeltes wat maklik tydens botsing ineensort, nl. sogenaamde opfrommelgebiede. Die sentrale passasierskajuit moet versterk wees om ongeskonde behoue te bly en stadiger vertraag te word tydens 'n botsing. Kruisstutte aan die voorkant, heuningkoekpanele op die sye en in die dak en skuins afskermingsplate van aluminium en glasvesel tussen die enjin en passasierskajuit word reeds aangebring sonder om die voertuigmassa drasties te vermeerder. Verbeterings om die botsingskrag wyer te versprei sodat gesigs- en kopbeserings drasties beperk word, behels die vermindering van uitstaande projekties soos handvatsels en knoppe binne en buite die stuurkajuit, vermeerdering van die stoffeerwerk op die paneelbord, 'n saggekussingde stuurwiel (soos dié van British TRRL en Sheller maatskappy),³⁹ driepuntsitplekgordels en kopstutte (om die retrofleksiewe swiepslag te beperk). 'n Nuwe toevoeging is die lugsak wat uit die stuurkolom skiet en opblaas, om as 'n buffer tussen die bestuurder en voorruit te dien.⁴⁰

Veral teen 'n lae botsingspoed ($< 20 \text{ km/h}$) kan die elastisiteitsperk gerek word om motorskade heeltemal uit te skakel deur die gebruik van groter en dikker buffers, of buffers voorsien van vloeistofge vulde slagdemers ("dashpots"), soos in figuur 36.³² In laasgenoemde geval forseer die botsingskrag die vloeistof deur klein gaatjies om die bewegingsenergie geleidelik te absorbeer. Twee sulke slagdemers met byvoorbeeld 'n lengte van 150 mm en 'n deursnee van 75 mm elk sal 'n druk wat 'n faktor $\frac{A_1}{A_2} = 16$ keer hoër is as dié van 'n paar atmosfeer, oor die hele buffer met tipiese $100 \text{ mm} \times 1,4 \text{ m}$ -afmetings, moet kan weerstaan. Die temperatuur van die vloeistof self sal baie effens styg, naamlik minder as 'n graad Celsius in die geval van water. 'n Plaaslike ontwikkeling⁴¹ is die Under-run Protection System, wat bestaan uit sterk bufferstaafarms onder die bakwerk van swaar vragvoertuie met 'n hoë agterkant. Dit verhoed dat kleiner voertuie wat van agter daarteen bots, onder die staalbak injaag sodat hulle dakke afgestroop en die insittendes onthoof word.

Metodes wat tans ontwikkel word om die ry- en bestuursvermoë van voertuie te verbeter, sluit in vierwiel aandrywing, vierwielstuurvermoë, aktiewe vering, teenglyrem- en sporingstelsels. Die ABS/TCS-stelsel van die Duitse Teves-maatskappy gebruik mikro-elektroniese prosesseersers om die hidrouliese remvloeistofdruk op elke

wiel te monitor en te verstel, sodat die voertuig tydens 'n noodstop in 'n reguitlyn bly voortbeweeg, selfs onder uiterste padtoestande.⁴²

FIGUUR 36: Voertuigbuffer met slagdemper vir groter veiligheid tydens botsing.⁴²

7.2 Die pad en verkeersowerhede

Miljoene rande word jaarliks bestee om die 182 677 km nasionale en provinsiale RSA-paie asook munisipale strate te verbeter en te beveilig. Deurpaaie met multibane in dieselfde rigting vir veiliger verbystek, asook op- en afritte wat regsdraai by T-aansluitings heeltemal uitskakel, word by digbevolkte stedelike gebiede voorsien. Munisipale en sentrale databanke word opgebou om gevaarpunte op stedelike en plattelandse roetes te identifiseer. Voor gevaarlike T-aansluitings word geraasstroke in die padoppervlak aangebring, terwyl skerp draaie deur botswerings³¹ van sterk gegolfe staalstroke voorsien word. Sommige oorsese hoofweë beskik oor oorhoofse veseloopiese stelsels met inligting oor pad-, weer- en verkeers toestande wat verduidelik heers. Verkeersligte kan outomaties gefaseer en gesinchroniseer word, om verkeer gladder te laat vloei en tyd en brandstof te bespaar. Verkeersowerhede rig slagspreuke, pleidooie, advertensieveldtogte, ens. tot die publiek en gebruik patrollies, blokkades, helikopters ("eye in the sky") en versteekte kameras om die padgebruiker meer veiligheidsbewus te maak.

7.3 Die menslike faktor

Die motorvoertuig is 'n hoogs tegnologiese bewegingsmasjien, wat korrekte en vroegetydige gebruik van sy stelsels van kontroles onder 'n verskeidenheid van padtoestande en verkeersituasies vereis. Die menslike skakel in die voertuigbestuursproses word in tabel 6 uiteengesit. Dit vereis tot soveel as 14 handeling vir 'n enkele prosedure soos om regs te draai by 'n straatkruising (kyk na tabel 7). In die hande van 'n onervare, feilbare mens ontaard die motor dikwels in 'n gevaarlike monster.

Elementêre riglyne vir bestuurders verg die volgende: gereelde instandhouding van 'n voertuig in 'n padwaardige toestand; nie te bestuur onder die invloed van alkohol of verdowingsmiddels nie; vas te gordel; voortdurende bedagsaamheid veral ten opsigte van gevaarlike hindernisse op die pad, verkeersaansluitings, rigtingveranderinge en die padtoestand; gehoorsaamheid aan verkeersreëls en padtekens; aanpassing van die spoed by veranderende omstandighede; handhawing van korrekte volgfafstande (die 2

seconde reël); links te hou en regs verby te steek; ens. Die botsingsrisiko kan ook verlaag word deur indien moontlik minder te ry en die reistyd te kies sodat dit nie binne spitsverkeer val nie.

TABEL 6

Skematiese uiteensetting van menslike betrokkenheid by voertuigbestuur

Bestuursfunksie	Menslike organe betrokke
Waarneming van vorms en beweging	Oë en ore
Verwerking van inligting	Bewustelike verstand (brein)
Skatting van grootte, afstand, rigting en spoed van voorwerpe	
Besluit hoe om op te tree	
Handeling: stuur, rem of versnel	Hande en voete

TABEL 7

Voorbeeld van opeenvolgende bestuurderaksies wanneer by 'n straatkruising regs gedraai word³⁸

1. Gaan truspieëls en blindekolles regs na.
2. Sein die voorneme om regs te draai.
3. Gehoorsaam die verkeers tekens, -seine en -merke.
4. Stuur na, en posisioneer die voertuig in die toepaslike baan, indien nodig.
5. Verminder spoed, indien nodig.
6. Rem, indien nodig.
7. Gee toe aan naderende verkeer en/of voetgangers.
8. Stop indien nodig (verseker dat die wiele indien moontlik of waar toepaslik reguit is).
9. Skakel rat, indien nodig.
10. Trek weg of ry aan.
11. Gaan die truspieëls of blindekolles regs na.
12. Stuur na die toepaslike baan en gehoorzaam verkeers tekens, -seine en -merke.
13. Versnel soos nodig.
14. Kanselleer die sein.

Huidige ontwikkeling maak van mikro-elektronika, telekommunikasie en informatietegnologie gebruik om die ontoereikende sintuiglike waarneming en verstandelike sintese van die menslike bestuurder aan te vul, en selfs oor te neem, indien nodig. 'n Kunsmatige intelligensiesisteen getiteld *Programme for a European Traffic with Higher Efficiency and Unprecedented Safety* (PROMETHEUS)⁴³ word tans in Europa uit rekenaars in motors, patrolliehelikopters en sensors op straathoeke opgebou. Dit kan bestuurders 'n lewensbelangrike halwe sekonde vroeër waarsku wanneer ander voertuie om 'n blinde draai, by 'n kruising, in donkerte of mis, of buite die gesigveld na hulle op pad is. As 'n tweede fase kan 'n outomatiese noodak-

siesisteen ook toegevoeg word, om die vermydingsaksie (rem en stuur) by 'n feilbare bestuurder in 'n botsingsituasie oor te neem. 'n Prototipe radarkontrole- en waarskuwingstelsel oor volgafstande tussen motors is ook reeds ontwikkel. Stemmuitree-intree-kontroles, oudiowaarskuwingseine, skynvertonings agterin of bokant die instrumentepaneel, nagbestuur- en navigasiehulpmiddels word reeds uitgetoets. Dit sal die bestuurder se laterale rigting van en longitudinale kontrole oor die voertuig vergemaklik, sonder om die aandag te veel van die voorwaartse visie af te trek en die hande van die stuurwiel af te haal.⁴⁴

8. SLOTSOM

Bogenoemde wetenskaplike kennis kan hopelik help dat die jeugdige, onervare bestuurder (18-24-jarige ouderdomsgroep) sy potensieel gevaarlike masjien met groter ontsag sal beheer, maar is nie voldoende nie. Voornemende bestuurders behoort van kleins af opgevoed te word tot die korrekte ingesteldheid as padgebruikers, nl. dat dit 'n voorreg en nie 'n reg is nie, wat met medebestuurders gedeel moet word.^{45, 46} Elke landsburger se persoonlike betrokkenheid by verkeersveiligheid word verwoord in die NVVR se slagspreuk: "Kyk. Dink. En bly Leef!"

9. LITERATUURVERWYSINGS

- NRSC (1987). Speed – What is the solution? *Robot*, 4, 4-5.
- NRSC (1988). Highways and the traffic engineer, *Robot*, 4, 25-26.
- NRSC (1988). Motor vehicle collisions – a leading cause of death in USA, *Robot*, 6, 28.
- Pienaar, I. & Upton, A.H. (1986). Nasionale ongeluksteekproefstelsel (NOSS): Finale verslag NVVR/I6, NIVP, WNNR.
- NRSC (1988). Traffic collisions: Human failure the main cause, *Robot*, 3, 26.
- NVVR (1987). 'n Nuwe benadering tot verkeersveiligheid: Sê "Botsing", nie "Ongeluk" nie!, *Robot*, 3, 14.
- Quass, F.W. (1988). Hoë spoed: Die moordenaar op ons paaie, *Robot*, 4, 30-31.
- NRSC (1985). The two second rule, *Robot*, 2, 6-7.
- NVVR (1987). Volgafstand – jou leefruimte, *Robot*, 3, 4-5.
- NVVR (1988). Volgafstand vs stopafstand, *Robot*, 7, 13-15, 27.
- NRSC (1990). The sad truth about rear-end collisions, *Robot*, 3, 3-4.
- Raybestos-Belacco tabelle in *KPA Verkeersordonnansie*.
- Saayman, R. (1988). Die motorkar as voertuig om basiese meganika-kennis oor te dra, Deel I, *Spectrum*, 26, 4, 18-24; Deel II, *Spectrum* 27, 1, 23-27.
- Watts, J.F. (1981). To stop or not to stop – kinematics and the yellow light, *The Physics Teacher*, 2, 114-115.
- Easton, D. (1987). The stoplight dilemma revisited, *The Physics Teacher*, 1, 36-37.
- De Koker, E. & Tomecki, A.B. (1986). Pretoria se verkeersreëlings, *Robot*, 1, 20-21.
- Reizes, H. (1973). *The Mechanics of Vehicle Collisions* (Charles C. Thomas, Springfield, Ill.).
- Baker, Mary L. (1981). Physics in accident investigations, *The Physics Teacher*, 1, 26-29.
- Tao, P.K. (1987). Traffic accident investigation: a suitable theme for teaching mechanics, *Physics Education*, 22, 284-291.
- Baker, J.S. (1975). *Traffic Accident Investigation Manual* (Traffic Institute, Northwestern University).
- Rivers, R.H. (1980). *Traffic Accident Investigators' Handbook* (Charles C. Thomas, Springfield, Ill.).
- Byatt, R. & Watts, R. (1980, 1981). *Traffic Accident Investigation Manual*, Vol. 1 and 2 (Pitman, London).
- Saayman, R. (1983). Fisika in die pretpark, *Spectrum*, 21, 3, 25-30.
- Dugmore, B. (1987). Recommendations for advanced driving, parts 5 and 6, *Robot*, 3, 20-21; 4, 20-21.
- Dugmore, B. (1988). Recommendations for advanced driving, parts 10 and 11, *Robot*, 2, 22-23; 3, 20-21.
- NVVR (1985). Bestuurswenke: Draaie, *Robot*, 2, 18-19.
- Collins, J.C. (1979). *Accident Reconstruction* (Charles C. Thomas, Springfield, Ill.).
- Damask, A.C. (1987). Forensic physics of vehicle accidents, *Physics Today*, 3, 36-80.
- Knight, P. (1975). The physics of traffic accidents, *Physics Education*, 10, 30-35.
- Richter, B. (1984). *Entwicklung von PKW im Hinblick auf einen volkswirtschaftlich optimalen Insassen Schutz* (Volkswagen AG, Wolfsburg).
- Kelly, D.T. (1974). *Dynamics*, Engineering Science Project of Schools Council/Loughborough University of Technology (MacMillan Education Ltd, London).
- Strassenburg, A.A. & Impeduglia, G. (1974). *Automobile Collisions*, Physics of Technology Module on Energy and Momentum (The America Institute of Physics, SUNY, Binghamton).
- Advanced Physics Project for Independent Learning (1978). *Forces and Motion* (John Murray, London).
- Evans, L. (1988). The Science of Traffic Safety, *The Physics Teacher*, October, 426-431.
- Neilson, I.D. (1986). Impact and injury in Car Accidents, *Phys. Technol.*, 17, 62-68.
- NVVR (1989). Net die wyses gespe vas, *Robot*, 4, 3-5.
- Goldman, D.E. & Von Gierke, H.E. (1961). In *Shock and Vibration Handbook*, Harris and Crede (eds.), Chapter 44 (McGraw-Hill, New York).
- NVVR (1987). Nuwe bestuurderstoets spreek kernprobleme aan, *Robot*, 5, 18-19.
- NRSC (1989). Toward the ultimate steering wheel, *Robot*, 1, 30-31.
- NVVR (1990). Kussing tussen lewe en dood, *Robot*, 5, 9.
- NRSC (1987). Death-trap for motorists averted, *Robot*, 5, 14-15.
- NRSC (1987). Braking systems move into the electronic age, *Robot*, 3, 22-24.
- NRSC (1987). Project Prometheus: Europe's high-tech road safety plan, *Robot*, 6, 20-21.
- NRSC (1989). The human factor and technology, *Robot*, 4, 20-21; 5, 20-21; 6, 24-25.
- Smit, S.J. (1990). Ry veilig met 'n ander houding, *Robot*, 1, 28-29.
- Maree, D.J.F. (1990). Die padgebruiker se ingesteldheid, *Robot*, 3, 18-19.