

# 'n Onderzoek na metakognisie in wiskundeleer in die senior fase<sup>a</sup>

**M S VAN DER WALT**

Fakulteit Opvoedingswetenskappe, Noordwes-Universiteit  
snsmsvdw@puk.ac.za

**J G MAREE**

Departement Kurrikulumstudies, Fakulteit Opvoedkunde, Universiteit van Pretoria  
kobus.maree@up.ac.za

**S M ELLIS**

Statistiese Konsultasiediens, Potchefstroomkampus, Noordwes-Universiteit  
skdsme@puk.ac.za

## UITTREKSEL

*Suid-Afrikaanse leerders se ontoereikende wiskundeprestasie wek kommer. Dit is by uitstek die geval aangesien wiskunde in die postmoderne, tegnologies-ge sofistikeerde era as 'n onontbeerlike lewensvaardigheid beskou word. Die konsep "metakognisie" is direk en indirek terug te vind in die Kritieke Uitkomst in Kurrikulum 2005 – die meeste van die bepaalde uitkomst impliseer immers dat leerders begelei behoort te word om oor hul eie denke na te dink. Die primêre doel van hierdie studie was om die stand van metakognisie in wiskundeleer te ondersoek. Sowel kwantitatiewe as kwalitatiewe navorsingsmetodes is gevolg. Daar is bevind dat die metakognitiewe strategieë rakende voorspelling, evaluering, monitering en refleksie van die leerders in die ondersoekgroep moontlik ontoereikend is.*

## ABSTRACT

***An investigation regarding metacognition in the learning of mathematics in the senior phase***

*South African learners' insufficient achievement in mathematics is a source of great concern. This is especially the case since mathematics is regarded as a vital life skill in the postmodern, technologically sophisticated era. The concept "metacognition" is referred to both directly and indirectly in the Critical Outcomes in Curriculum 2005 – after all, most of the outcomes referred to imply that learners should be directed to reflect on their own thoughts. The primary aim of this study was to investigate the possible value of metacognition for the learning of mathematics. Both quantitative and qualitative research methods were implemented. The findings indicate, inter alia, that the metacognitive strategies with regard to prediction, evaluation, monitoring and reflection of learners in the research group are insufficient.*

## INLEIDING

*South Africa could face a crisis as the country falls behind in mathematics and science education – the foundation for so many jobs, a study shows.<sup>1</sup>*

Koerantopskrifte en TV- en radionuusberigte met die voorgenoemde strekking is geen goeie nuus vir Suid-Afrikaners nie, veral aangesien wiskunde en natuur- en skeikunde deesdae as

---

a) Ons betuig ons waardering aan die onderwysers en leerders wat deelgeneem het aan die navorsing en die anonieme keurders vir waardevolle wenke ter verbetering van die artikel en maak veral melding van prof. Dirk Wessels (UNISA) vir sy empatiese en opbouende kommentaar en hulp. Ons bedank graag ook mev. Lanie von Kradenburg vir haar geduld en moeite. Rig asseblief korrespondensie aan M.S. van der Walt, Fakulteit Opvoedingswetenskappe, Noordwes-Universiteit, e-pos: snsmsvdw@puk.ac.za.

kernvaardighede in die postmoderne, tegnologiese wêreld beskou word. Sukses in hierdie vakke dui waarskynlik op ekonomiese sukses in die jare wat voorlê.<sup>2</sup>

Die konteks van hierdie navorsing is die volgende: Die *Third International Mathematics and Science Study* in 1995, die *Third International Mathematics and Science Study – Repeat (TIMSS-R)* in 1999 en die *Trends in Mathematics and Science Study* in 2003, het bevind dat Suid-Afrikaanse leerders telkens uiters swak, indien nie die swakste nie, in die groep van meer as 40 lande presteer het.<sup>3, 4</sup> 'n Analise van die resultate toon dat leerders onder meer probleme ervaar wanneer van hulle verwag word om woordprobleme te verstaan, om die oplossing van die probleem te artikuleer en die oplossing neer te skryf. Selfs die mees basiese kennis wat van leerders op Graad 8-vlak verwag word, het by Suid-Afrikaanse leerders ontbreek.<sup>3</sup>

Die onderhawige navorsing het juis teen die kort agtergrond wat tot dusver in hierdie artikel geskets is, plaasgevind. Alvorens daar egter oor die navorsing self besin kan word, is dit essensieel om enkele sake wat relevant is in die bespreking, te bespreek. Die begrip “konstruktivisme” is eerste aan die beurt.

## KONSTRUKTIVISME

Wêreldwyd is 'n paradigmaterskuiwing besig om plaas te vind met onderwysinstellings wat algaande verander van plekke waar onderrig “voorsien” is tot plekke wat leer “fasiliteer”.<sup>5</sup> Maree<sup>6</sup> verwys soos volg na hierdie paradigmaterskuiwing:

*Leerders word bemagtig (empower) om self verantwoordelikheid te neem vir hulle doen en late. Leerders wat lewenslank self aktief sal leer, word in die vooruitsig gestel.*

Konstruktivisme kan in 'n bepaalde mate beskou word as 'n aantal leerdergerigte teorieë waarvan almal een gemeenskaplike eienskap het, naamlik dat die leerder aktief betrokke is by die skep van betekenis<sup>7</sup> deur aktief te selekteer om hul eie kennis deur individuele én sosiale aktiwiteite te bou. Die leerder bring reeds verworwe aannames, motiewe, intensies, asook vorige kennis na elke onderrig-/leersituasie wat die gang en kwaliteit van die leer wat mag plaasvind, beïnvloed.<sup>7</sup> Dit beklemtoon die interaksie tussen mense en situasies in die verkryging en verfyning van vaardighede en kennis asook die leerder se individuele siening van die werklikheid en hoe hy/sy die werklikheid op idiosinkratiese wyse interpreteer.<sup>8</sup>

## DIE HERSIENE NASIONALE KURRIKULUMVERKLARING

Die Hersiene Nasionale Kurrikulumverklaring Graad R-9 (skole)<sup>9</sup> vir die leerarea wiskunde beklemtoon die belangrikheid van probleemoplossing, beredenering, kommunikasie en kritiese denke. Die *National Council of Teachers of Mathematics*<sup>10</sup> het op soortgelyke wyse aangedui dat probleemoplossing in wiskunde 'n belangrike fokus in wiskundeklaskamers behoort te wees. Probleemoplossing is eerstens 'n manier van dink, van situasies analiseer, van die gebruik van vaardighede om uit te redeneer wat nie deur die memorisering van spesifieke feite aangeleer kan word nie, maar deur sigself in die probleemoplossingsproses te verdiep en bestaande ervarings sowel as bestaande kennis toe te pas op die probleem wat opgelos moet word.<sup>8, 11</sup>

## UITKOMSGERIGTE ONDERWYS

Uitkomstgerigte onderwys is kennelik 'n belangrike aspek van Kurrikulum 2005, gerig op die aktivering van die intellek van leerders om optimaal te presteer en om toegerus te word vir

lewenslange leer.<sup>12</sup> Hierdie benadering impliseer direk en indirek die fasilitering en implementering van metakognitiewe strategieë en vaardighede.

## INTERNASIONALE NAVORSING RAKENDE METAKOGNISIE EN WISKUNDELEER

Internasionale navorsing dui aan dat leerders se vermoë om ontvanklik te wees vir 'n verskeidenheid denkvaardighede, ontwikkel en verbeter kan word deur aan hulle die geleentheid te bied om bewus te raak van hul eie denkprosesse terwyl hulle besig is om probleme op te los.<sup>13, 14</sup> Hierdie proses om eie denke te analiseer, word metakognisie genoem.<sup>15</sup> Metakognisie is essensieel vir die aanwending van toepaslike inligting en strategieë tydens probleemoplossing.<sup>13, 16</sup> Dit sluit leerders se bewustheid en regulering van en refleksie ten opsigte van hul kognitiewe prosesse in;<sup>17</sup> asook 'n verskeidenheid besluitnemingstrategieë, wat manifesteer in identifiseerbare gedragswyses soos voorspelling, beplanning, hersiening, keuses maak, kontrolering, raai en klassifisering.<sup>18</sup> Metakognisie blyk dus 'n onontbeerlike element van probleemoplossing te wees wat die individu help om strategieë te identifiseer en daarom strategies te werk te gaan wanneer wiskunde probleme opgelos word.<sup>19</sup>

Die verband tussen metakognisie en sukses in wiskunde probleemoplossing is reeds deeglik op internasionale vlak nagevors.<sup>20, 21, 22</sup> Navorsing bevestig telkens dat leerders dikwels nie kennis het van a) hul eie kognisie nie; en b) dat hul vermoë om hul eie kognisie te reguleer ontoereikend is (i.e. die twee komponente van metakognisie).<sup>15</sup>

Die klem verskuif nou na 'n bespreking van die begrip “metakognisie”; as't ware die spilpunt waarom die navorsing in die onderhawige artikel draai.

## METAKOGNISIE

### Definisie van die begrip “metakognisie”

Die wese van “metakognisie” word deur leerteoretici soos Ertmer en Newby<sup>23</sup> gesien as **metakognitiewe kennis** (statische bron van kennis) en **metakognitiewe selfregulering** (metakognisie in aksie). Metakognitiewe kennis word dikwels verfyn as persoons-, taak- en strategieveranderlikes<sup>24</sup> aan die een kant en as verklarende (dat), proseduurmatige (hoe) en voorwaardelike (wanneer en hoekom) kennis<sup>25</sup> aan die ander kant. Metakognitiewe kennis is persoonlike refleksies deur leerders op hul eie kennis en vaardighede – hul affektiewe siening van hul eie kennis, vermoëns, motivering en eienskappe as leerders.<sup>26</sup> Sulke refleksies verskaf inligting aangaande die leerder se kennis en die denkproses wat die leerder volg om besluite te neem oor wanneer en hoe om (kennis-) strategieë te gebruik. Metakognitiewe selfregulering word weer beskou as die implementering van beplanning, monitering en evaluering - dit verwys na metakognisie in aksie. Met ander woorde, dit is die verstandspesesse wat help om aspekte van probleemoplossing te bestuur – dit omvat daardie planne wat die leerder maak voordat die probleem opgelos word, die aanpassings wat gedurende die oplossing van die probleem gemaak word, asook die hersiening van die oplossing aan die einde van die taak.<sup>26</sup> Volgens Borkowski<sup>27</sup> het selfregulering tot gevolg dat kognitiewe hulpbronne soos aandag beter aangewend, strategieë beter geïmplementeer en bewustheid van hul verstaan beter benut word. Butterfield en Belmont<sup>28</sup> beskryf selfregulering op hul beurt as tydige en toepaslike aanbring van veranderings ten opsigte van kognitiewe vaardighede en strategieë in reaksie op nuwe en veranderde vereistes van 'n taak.

Al hierdie metakognitiewe kennis en aktiwiteite word deurentyd aktief verbind deur die verskynsel “refleksie”. Reflektiewe denke benut bestaande kennis om nuwe kennis te bekom en is die skakel tussen metakognitiewe kennis en metakognitiewe selfregulering. Reflektiewe denke transformeer kennis wat tydens die probleemoplossing en ná voltooiing van die taak/probleem verwerf is, na kennis wat beskikbaar is vir 'n volgende taak/probleem.<sup>23</sup>

## “Kognitiewe” teenoor “metakognitiewe” strategieë

Dit is belangrik om te onderskei tussen “kognitiewe” en “metakognitiewe” strategieë, omdat elkeen van die voorgenoemde begrippe by effektiewe leer betrokke is, en elkeen ’n eie belangrike funksie het om te verrig. Kognitiewe strategieë en vaardighede word opgeroep om kognitiewe vordering te maak<sup>24</sup> en is nodig om ’n taak uit te voer of ’n probleem op te los.<sup>29</sup> Metakognitiewe strategieë en vaardighede word geïmplementeer om kognitiewe strategieë te monitor, te beplan, te kontroleer en die uitkoms te evalueer<sup>24</sup> en is nodig om te verstaan hoe die taak uitgevoer of die probleem opgelos is.<sup>29</sup>

### Die ontwikkeling en toepassing van metakognisie

Borkowski, Estrada, Milstead en Hale<sup>30</sup> benader die ontwikkeling van metakognisie vanuit ’n ontwikkelingsperspektief, en glo dat kinders van jongs af waarneem hoe ander individue probleme oplos en getuies is van ander se strategiese gedrag, asook van positiewe uitkomst. Kinders leer sulke gedrag deur middel van modellering en direkte fasilitering.

Die voorgaande insigte kan waarskynlik ten beste soos volg opgesom word: metakognisie en metakognitiewe strategieë dui op bepaalde vaardighede wat gefasiliteer, geoefen, verbeter en verwerf (aangeleer) kan word.

### Ontoereikende metakognitiewe strategieë

Net soos leerders se kennisbasis ontoereikend kan wees, kan ’n bepaalde leerder se metakognitiewe kennisbasis ook ontoereikend wees en kan die implementering van metakognisie vir ’n individu dus ernstig skeeploop.<sup>29</sup> Schraw<sup>31</sup> glo verder dat die volgende waarnemings kan aandui dat metakognitiewe vaardighede nie suksesvol geïmplementeer word nie: Leerders:

- Raak nie betrokke nie en hou nie vol met ’n uitdagende taak nie.
- Skryf sukses met ’n taak/probleem nie aan die implementering van strategieë en selfregulering toe nie.
- Lê nie toepaslik deursettingsvermoë (*effort*) aan die dag nie.
- Glo dat intellektuele vermoë (alleen) of die tekort daaraan, feitlik eksklusief vir hul prestasie verantwoordelik is.

Dit is waarskynlik nie vergesog om in hierdie stadium te beweer dat leerders se beleving van sukses tydens die bestuur van hul eie kennis, hulle help om wiskunde probleme toepaslik en toereikend op te los nie.<sup>11</sup>

## KOPPELING VAN KOÖPERATIEWE LEER EN KONSTRUKTIVISME: DIE KRAG EN ROL VAN DIE SOSIO-KONSTRUKTIVISTIESE BENADERING

Wanneer leerders in ’n groep saamwerk om wiskunde probleme op te los, word van hulle verwag om mekaar aan te moedig om nie slegs te leer nie, maar inderdaad ook (mede-) verantwoordelikheid vir mekaar se verstaan te aanvaar (ten einde te probeer sorg dat alle deelnemers die gestelde uitkomst optimaal bereik).<sup>32</sup> Koöperatiewe leer sluit sterk aan by die konstruktivistiese elemente van die siening van wiskunde leer, naamlik dat uitbreiding van en die lê van verbande tussen bestaande en nuwe kennis, asook tussen onthou en verstaan, verbeter,<sup>33</sup> wanneer leerders wat in groepe werk gereeld vir mekaar verduidelik. Doelmatige oplos van ingewikkelde wiskunde probleme in groepverband stel die eis van metakognitiewe denke wat

daarop gemik is om sowel taak- as groepvaardighede te optimaliseer.<sup>34</sup> Interaksie tussen leerders in die wiskundeklas bevorder die verduideliking van strategieë en fasiliteer die verbalisering van wiskundige begrippe (die taal van wiskunde) wat weer die uitvoer van ingewikkelde kognitiewe aktiwiteite fasiliteer.<sup>35</sup>

**Die outeurs wil graag die krag en rol van die sosio-konstruktivistiese benadering in die koppeling van koöperatiewe leer en konstruktivisme beklemtoon. Om slegs na konstruktivisme te verwys, kom in 'n mate neer op beperkte “insig” in en siening van die ware gees van die benadering in leer wat UGO en die onderrig- en leerbenadering wat C2005 voorstaan. Dit is immers juis in die sosio-konstruktivistiese toepassings van leer waar metakognisie sterk na vore kom.**

Die navorsingsontwerp wat in die onderhawige navorsing geïmplementeer is, word vervolgens uiteengesit.

## NAVORSINGSONTWERP

'n Deursnee-ontwerp is gevolg waar vraelyste deur leerders van bepaalde skole op 'n gewewe tyd gedoen is. Hierdie resultate is later opgevolg deur vier onderhoude met leerders om die kwantitatiewe resultate in meer diepte te verstaan.<sup>36</sup> Geen intervensie is uitgevoer nie.

### Steekproef

#### *Kwantitatiewe deel van die studie*

**TABEL 1:** Samestelling van die gerealiseerde<sup>b</sup> kwantitatiewe beskikbaarheidsteekproef van leerders

Skool	n (Gr 7-leerders)	n (Gr 8-leerders)	n (Gr 9-leerders)	Groepsamestelling	Onderrig-medium	Rasgroep
01		46	85	Alle Gr 8- en Gr 9-leerders	Dubbel-medium (Afrikaans en Engels)	Alle rasse
02	26			Elke vyfde leerder op alfabetiese klaslyste	Afrikaans-medium	Oorwegend blank
03	23			Elke vyfde leerder op alfabetiese klaslyste	Afrikaans-medium	Oorwegend blank
04	74			Alle Gr 7-leerders	Engels-medium	Alle rasse (50-50)
05	27			Elke vyfde leerder op alfabetiese klaslyste	Engels-medium	Oorwegend swart
06			58	Alle Gr 9-leerders	Engels-medium	Oorwegend swart
<b>Totaal</b>	150	46	143		Groot totaal n = 339	

<sup>b</sup> Sommige skole het vereis dat al die leerders van die betrokke graad 'n vraelys moes invul, terwyl ander skole tevrede was dat slegs elke vyfde leerder op die alfabetiese klaslyste kon deelneem.

In tabel 1 word die frekwensies van die gerealiseerde beskikbaarheidsteekproef wat in die onderhawige studie gebruik is, weergegee. In hierdie studie is 339 leerders in die senior fase uit ses primêre/sekondêre skole in Potchefstroom by die kwantitatiewe ondersoek betrek. Die skole sluit in voormalige model-C-skole, Townshipskole (Ikageng), Afrikaansmediumskole, Engelsmediumskole, dubbelmediumskole (Afrikaans en Engels), skole wat oorwegend swart, asook skole wat oorwegend blanke leerders het.

**TABEL 2:** Frekwensies van die verspreiding van die ouderdomme en geslagte van die leerders

Veranderlike	12 jaar	13 jaar	14 jaar	15 jaar	16 jaar	17 jaar	<b>n</b>	Manlik	Vroulik
Aantal leerders	68	100	78	76	13	4	<b>339</b>	140	199

In tabel 2 word die frekwensies van die verspreiding van die ouderdomme en geslagte van leerders in tabelvorm weergegee.

**TABEL 3:** Gemiddeldes ( $\bar{x}$ ) en standaardafwykings (s) van prestasie in skoolwiskunde wat leerders na die Junie 2004-eksamen behaal

Veranderlike	Waarde van n	$\bar{x}$ (Persentasie)	s
Prestasie in skoolwiskunde na die Junie 2004-eksamen behaal	339	49.2	23.8

Uit tabel 3 blyk dit dat leerders se gemiddelde persentasie behaal in skoolwiskunde ná die Junie 2004-eksamen 49.2% is en die standaardafwyking 23.8% (tabel 3) met 37% van die leerders se punte wat tussen 50% en 75% gevarieer het.

#### *Kwalitatiewe deel van die studie*

**TABEL 4:** Deelnemers aan die kwalitatiewe faset se prestasie in skoolwiskunde aan die einde van Graad 8 (Desember 2004)

	Persentasie behaal in skoolwiskunde aan die einde van Graad 8 (Desember 2004)
Leerder A	91%
Leerder B	57%
Leerder C	91%
Leerder D	86%

Vier Graad 9-leerders (tabel 4) uit die dubbelmediumskool (skool 01, tabel 1) (waarin alle rasse verteenwoordig word), is gevra om deel te neem aan die kwalitatiewe ondersoek. Hierdie leerders sluit in twee Afrikaanssprekende, twee Engelssprekende, twee vroulike en twee manlike, drie blanke en een swart leerder(s). Tabel 4 dui aan dat een leerder<sup>c</sup> wat aan die kwalitatiewe faset van die studie deelgeneem het minder as 60% behaal het en dat die ander drie leerders meer as 85<sup>d</sup>% (toppresteerders) behaal het in skoolwiskunde aan die einde van Graad 8 (2004).

## **Metodologie**

### *Reëlins: Kwantitatiewe deel van die studie*

Alle vraelyste is gedurende Junie 2004 ingevul.

<sup>c</sup> Die tweede leerder wat onder 60% behaal het, het siek geword en iemand anders is gevra om in sy plek deel te neem.

<sup>d</sup> Persentasies aan die einde van Graad 8 word hier verskaf.

### *Reëlings: Kwalitatiewe deel van die studie*

Al vier die leerders het oor 'n tydperk van drie weke (1-20 Junie 2005) aan die onderhoude deelgeneem.

### *Etiese aspekte*

Skriftelike toestemming is verkry van die Noordwes-Provinsie se onderwysowerhede in Potchefstroom, asook van skoolhoofde van die skole wat ingestem het dat leerders in hul skool mag deelneem. Skriftelike toestemming is versoek en verkry van die ouers van die leerders wat deelgeneem het aan die onderhoude.

### *Beperkinge van die studie*

Dit was 'n beperkte plaaslike studie van beperkte omvang en die bevindings in hierdie artikel het dus beperkte veralgemeningswaarde. Die feit dat die meetinstrumente wat in die onderhawige studie gebruik is nog nie in Suid-Afrika gestandaardiseer is nie, word as 'n verdere leemte beskou. Die outeurs besef terdeë dat resultate met uiterste omsigtigheid geïnterpreteer behoort te word.

### **Hoofnavorsingsvraag**

Die oorkoepelende probleem in die onderhawige studie is die volgende: Watter metakognitiewe strategieë word deur leerders in wiskunde in die senior fase geïmplementeer, indien enige?

### **Dataverwerkingsprosedures**

#### *Kwantitatiewe deel van die studie*

Enkele statistiese prosedures<sup>37</sup> is uitgevoer om die navorsingsvrae te ondersoek:

- Frekwensies, gemiddeldes en standaardafwykings (beskrywende statistiek) is bereken om sekere data te verwerk.
- Cronbach  $\alpha$ -waardes is bereken om betroubaarhede te bepaal.
- Spearman-rangordekorrelasies (inferensiële statistiek) tussen leerders se prestasie in skoolwiskunde, MSLQ(kognitiewe strategiegebruik)<sup>38</sup>, MSLQ(selfregulering)<sup>38</sup>, metakognitiewe optrede (voorspelling, monitering, evaluering en refleksie)<sup>13</sup> en sukses met die oplossing van 'n meetkundeprobleem is ondersoek. Statistiese betekenisvolheid is bepaal op die 5%-peil.
- Tweekantige t-toetse en ANOVAs se p-waardes is bereken om verskille ten opsigte van geslag en grade te bepaal vir die MSLQ(kognitiewe strategiegebruik)<sup>38</sup> en MSLQ(selfregulering)-instrumente<sup>38</sup>.
- Effekgroottes ( $r$ ) is bepaal om betekenisvolheid ( $r > 0.5$ ) of moontlike betekenisvolheid ( $r > 0.3$ ) in die praktyk te bepaal.

#### *Kwalitatiewe deel van die studie*

Triangulasie in die onderhawige studie geskied onder meer deur die resultate van die kwalitatiewe studie (wat bekom is deur vier Graad 9-leerders se metakognitiewe vaardighede te ondersoek deur middel van onderhoude – video-opnames tydens probleemoplossing, bestudering van die leerders

se keuse van metakognitiewe aksiekaarte, waarneming en *verbatim* transkripsies) te gebruik om resultate wat in die kwantitatiewe studie (wat deur die inskakeling van die Lucangeli-Cornoldi-, MSLQ(kognitiewe strategiegebruik) en MSLQ(selfregulering)-instrumente bekom is, verder toe te lig. Die dienste van 'n eksterne kontroleerder is boonop bekom om die kwalitatiewe resultate te verifieer.

## Meetinstrumente

### *Kwantitatiewe meetinstrumente*

Leerders vul twee vraelyste in, naamlik die Lucangeli-Cornoldi-instrument<sup>13</sup> en twee afdelings van die MSLQ-instrument<sup>38</sup>. Die leerders se prestasie in wiskunde in die Junie 2004-eksamen behaal, word ook gebruik. Die vraelyste word vervolgens kortliks bespreek.

- (i) Leerders vul 'n vraelys in waarin hul implementering van metakognitiewe vaardighede, terwyl hulle 'n meetkundeprobleem oplos<sup>c</sup> (die berekening van die oppervlakte van 'n parallelogram binne-in 'n reghoek) ondersoek word – die vraelys is deur Lucangeli en Cornoldi<sup>13</sup> ontwikkel.

**TABEL 5:** Metakognitiewe vaardighede wat ingesluit is by die Lucangeli-Cornoldi-instrument<sup>13</sup>

Metakognitiewe vaardigheid	Beskrywing van die vaardigheid
Voorspelling van sukses	Die vermoë om eie sukses/mislukking korrek te antisipeer
Evaluering van sukses	Die vermoë om te skat of die resultaat korrek is of nie
Monitering van stappe	Die vermoë om toepaslike strategieë wat geïmplementeer is om die probleem op te los, te eien en neer te skryf
Refleksie op die oplossing	Die vermoë om toepaslike redes te gee waarom leerders sukkel om die probleem op te los en te sê watter tipe foute leerders met hierdie tipe probleem maak

In tabel 5 word voorbeelde van die metakognitiewe vaardighede wat by die Lucangeli-Cornoldi-instrument ingeskakel is, weergegee.

Lucangeli en Cornoldi<sup>13</sup> rapporteer in hul studie dat die onderskeie hoofareas van die metakognitiewe instrumente  $\alpha$ -Cronbach-waardes in die orde van 0.79 tot 0.84 gelewer het.

- (ii) Die *Motivated Strategies for Learning Questionnaire* (MSLQ) is ingeskakel om die leerders se gebruik van metakognitiewe strategieë te ondersoek.<sup>38</sup> Leerders het hul eie gedrag, terwyl hulle besig is om wiskunde te leer of probleme op te los, geassesseer op die sewe punte van 'n Likert-skaal (1 = *Glad nie waar van my nie* tot 7 = *Baie waar van my*).

<sup>c</sup> Dit was nodig om die meetkundevraag aan te pas vir senior fase-leerders, aangesien die Lucangeli-Cornoldi-instrument (1997) se wiskunde-vrae gerig was op Graad 3- en 4-leerders.



**TABEL 6:** Metakognitiewe vaardighede wat ingesluit is by die MSLQ-instrument<sup>38</sup>

MSLQ	Beskrywing van die tipe gedrag wat leerders op 'n 7-punt Likert-skaal geassesseer het
Kognitiewe strategieë (13 items)	Herhalingsstrategieë, soos: Wanneer ek vir 'n toets voorberei, herhaal ek die belangrikste feite vir myself oor en oor
	Uitbreidingsstrategieë soos: Wanneer ek leer, sê ek die belangrikste inligting/feite in my eie woorde
	Organiseringsstrategieë soos: Ek stel skemas op van die hoofstukke in my handboek om my te help om beter te leer
Selfregulering (9 items)	Beplanning en monitering van verstaan, soos: Ek stel vrae aan myself om seker te maak dat ek die werk ken wat ek geleer het
	Bestuursvaardighede (volharding; aandag) soos: Ek vind dat wanneer die onderwyser praat, ek aan ander dinge dink en nie eintlik luister na wat gesê word nie

In tabel 6 is voorbeelde van die metakognitiewe vaardighede wat by die MSLQ-instrumente ingeskakel is, weergegee.

(iii) Die leerders se wiskundepunte vir die eerste semester van 2004 is gebruik om hul prestasie te meet.

Die Cronbach  $\alpha$ -waardes vir bogenoemde meetinstrumente in die onderhawige studie varieer tussen 0.55 en 0.83 en kan as aanvaarbaar beskou word vir die doel waarvoor dit in die onderhawige studie gebruik word.

#### *Kwalitatiewe deel van die studie*

- **Prosedure gevolg by die leerders se onderhoudvoering**

Tydens twee geleenthede voor die onderhoude is die leerders in 'n groep ontmoet en is verduidelik wat met die onderhoud beoog word en om die deelnemers op hul gemak te stel. Tydens elke leerder se onderhoud<sup>39</sup> ontvang die leerder 'n stel van 28 aksiekaarte waarop metakognitiewe aktiwiteite uitgespel is. Hierdie aksiekaarte het betrekking op die volgende aktiwiteite: bewuswees, evaluering, regulering en kognitiewe handeling. Die leerder lees dit deur en maak seker dat hy/sy verstaan wat op die kaarte staan. Vervolgens het die leerder 'n probleem ontvang om op te los en hierdie oplossingsproses is op videoband opgeneem. Nadat die probleem opgelos is, het die leerder uit die pakkie aksiekaarte dié uitgesoek wat hy/sy tydens die oplossing van die probleem geïmplementeer het en het dan die kaarte in volgorde geplaas soos wat dit geïmplementeer is vanaf die begin van die probleemoplossing. Skoon kaarte is voorsien om op te skryf, sou die leerder 'n metakognitiewe optrede/aksies gebruik het wat nie op die gegewe kaarte verskyn het nie. As kontrolemaatreeël is die video teruggespeel (gesimuleerde herroep). Die leerder het daarna gekyk om die keuse van kaarte te kontroleer en om die aksiekaart-volgorde te verander, indien nodig. Wanneer nodig, is oop vrae gevra om leerders se keuses uit te brei. Tydens die gesimuleerde herroep, dui leerders op die video aan waar watter metakognitiewe aktiwiteit geïmplementeer is. Die aksiekaarte wat die leerder gekies het, is deur die navorsers gelys.

## **RESULTATE**

### **Kwantitatiewe deel van die studie: Beskrywende statistiek**

Tweekantige t-toetse (Student se t-toets) en ANOVAs se p-waardes is bereken om verskille ten opsigte van geslag en grade te bepaal vir die MSLQ(kognitiewe strategiegebruik)- en MSLQ(selfregulering)- instrumente. Geen statisties betekenisvolle ( $p < 0.05$ ) verskille is bevind nie. Verder is die verband tussen die onderskeie items van die Lucangeli-Cornoldi-instrumente en

onderskeidelik geslag en graad deur middel van tweerigting-gebeurlikheidstabelle en effekgroottes ( $w$ )<sup>40</sup> bereken. Daar is geen statisties betekenisvolle ( $p < 0.05$ ) en prakties betekenisvolle ( $w > 0.5$ ) of moontlik prakties betekenisvolle ( $w > 0.3$ ) verbande bevind nie.

**TABEL 7:** Frekwensies van punte wat leerders behaal ten opsigte van korrekte oplossing van 'n meetkundeprobleem en die monitering van die stappe

Punte behaal uit vyf	Kodering van punte	Werklike sukses: meetkundeprobleem (M2)	Kodering van punte	Monitering: meetkundeprobleem (M3)
Twee of minder (0, 1, 2)	<b>Swak</b>	290 (86%)	<b>Geen / ontoepaslike / een toepaslike stap</b>	324 (96%)
Drie (3)	<b>Gemiddeld</b>	35 (10%)	<b>Twee toepaslike stappe</b>	9 (3%)
Vier of vyf (4, 5)	<b>Goed</b>	14 (4%)	<b>Kort een toepaslike stap / het alle toepaslike stappe</b>	6 (1%)

**TABEL 8:** Frekwensies van punte wat leerders behaal ten opsigte van die voorspelling en evaluering van sukses vir en die refleksie op die oplossing van die meetkundeprobleem

Punte uit Vyf	Kodering van punte	Voorspelling-sukses: meetkunde (M1)	Evaluering-sukses: meetkunde (M4)	Kodering van punte	Refleksie: meetkunde (M5)
Een of twee (1, 2)	<b>Weet daar is fout.</b>	91 (27%)	96 (28%)	<b>Geen / ontoepaslike rede</b>	81 (24%)
Drie (3)	<b>Nie seker van sukses nie</b>	111 (33%)	100 (30%)	<b>Redes soos: nie geluister / geleer nie</b>	153 (45%)
Vier of vyf (4, 5)	<b>Redelik – absoluut seker van sukses</b>	137 (40%)	143 (42%)	<b>Toepaslike redes soos: verstaan nie die area-konsep nie</b>	105 (31%)

In tabelle 7 en 8 word die frekwensies van punte wat leerders behaal het ten opsigte van die verskillende items in die Lucangeli-Cornoldi-instrument, weergegee. Volgens die data in tabel 7 kon die leerders nie die meetkundeprobleem oplos nie, want slegs 4% (M2) van die leerders was suksesvol daarmee. Die data in tabel 8 toon aan dat onderskeidelik 40% en 42% van die leerders onderskeidelik redelik tot absoluut seker was van sukses met die oplossing van die meetkundeprobleem in hul voorspelling (M1) en evaluering (M4) van sukses, 96% van die leerders kon hoogstens een toepaslike stap vir die oplossing van die probleem neerskryf (M3) (tabel 7). Volgens tabel 8 kon 31% van die leerders sinvol op die meetkundeprobleem reflekteer (M5). Dit blyk dus uit tabel 8 dat metakognitiewe prosesse 'n belangrike rol speel by die oplossing van probleme. Monitering en beplanning word immers hier ingespan wanneer dit nodig is om aanpassings te maak, of om struikelblokke te oorkom. Die belangrike bestaande verband tussen metakognisie en probleemgesentreerde onderrig (en leer) word duidelik deur die data in tabel 8 ondersteun.

**TABEL 9:** Gemiddeldes ( $\bar{x}$ ) en standaardafwykings (s) ten opsigte van MSLQ(kognitiewe strategiegebruik)- en MSLQ(selfregulering)-instrumente

Veranderlike	$\bar{x}$ (7-punt-skaal)	s (7-punt-skaal)
MSLQ(kognitiewe strategiegebruik)	5.3	0.9
MSLQ(Selfregulering)	4.9	1.0

Volgens die data in tabel 9 dui leerders volgens die selfassessering in MSLQ-hoërskoolleerders op 'n sewe-punt-skaal 'n gemiddeld van onderskeidelik 5.3 en 4.9 aan as die mate waarin hulle onderskeidelik van kognitiewe strategieë en van selfregulering gebruik maak. Die leerders sê dus dat kognitiewe strategiegebruik en selfregulering meesal/gereeld deur hulle geïmplementeer word.

### Inferensiële statistiek: Spearman-rangordekorrelasies

**TABEL 10a:** Verduideliking van die kodes wat in die Spearman-rangordekorrelasietabel gebruik is

Kode	Beskrywing	Kode	Beskrywing
%	Prestasie in skoolwiskunde behaal ná die Junie 2004-eksamen	M2	Sukses behaal met oplos van meetkundeprobleem
KS	MSLQ kognitiewe strategiegebruik	M3	Mate waarin leerder stappe van die oplossing van die meetkundeprobleem kon monitor
SR	MSLQ selfregulering	M4	Evaluering van sukses: meetkundeprobleem
M1	Voorspelling van sukses: meetkundeprobleem	M5	Refleksie op oplossing van die meetkundeprobleem

**TABEL 10b:** Spearman-rangordekorrelasies: Prestasie in skoolwiskunde, Lucangeli-en-Cornoldi-en MSLQ-instrumente

%	%	KS	SR	M1	M2	M3	M4	M5
%	1.00							
KS	0.09	1.00						
SR	0.28*	<b>0.46*</b>	1.00					
M1	0.26*	0.17*	0.07	1.00				
M2	<b>0.43*</b>	0.06	0.15*	<b>0.37*</b>	1.00			
M3	0.21*	0.02	0.08	0.20*	<b>0.33*</b>	1.00		
M4	<b>0.30*</b>	0.19*	0.13*	<b>0.67*</b>	<b>0.39*</b>	0.16*	1.00	
M5	0.11*	0.07	0.05	-0.08	0.04	0.08	-0.18	1.00

\*:betekenisvol op die 5%-peil van betekenis

Spearman-rangordekorrelasies tussen leerders se prestasie in skoolwiskunde, MSLQ(kognitiewe strategiegebruik), MSLQ(selfregulering), metakognitiewe optrede (voorspelling, monitering, evaluering en refleksie) en die oplossing van meetkundeprobleme is bepaal en die resultate word in tabel 10b verskaf. Tabel 10b toon die volgende statisties betekenisvolle korrelasies (\* $p < 0.05$ ) en effekgroottes wat prakties betekenisvol ( $r > 0.5$ ) of moontlik prakties betekenisvol ( $r > 0.3$ ) is, tussen: die gebruik van *kognitiewe strategieë* en *selfregulering* (KS:SR); die *werklike sukses* behaal met die meetkundeprobleem en die *prestasie in skoolwiskunde* (M2:%); die *voorspelling en evaluering van sukses* met die oplossing van die meetkundeprobleem (M1:M4); die *werklike sukses* behaal met die oplossing van die meetkundeprobleem en die *monitering van die stappe* (M2:M3); die *voorspelling van sukses* en *werklike sukses* behaal met die oplossing van die meetkundeprobleem (M1:M2); die *werklike sukses* behaal met die oplossing van die meetkundeprobleem en die *evaluering van die sukses* (M2:M4). Die bogenoemde korrelasies dui daarop dat daar in die praktyk tussen genoemde aksies 'n betekenisvolle of moontlik betekenisvolle verband bevind is.

## Kwalitatiewe ondersoek na leerders se metakognitiewe vaardighede

**TABEL 11:** Aantal metakognitiewe aksiekaarte deur elke leerder gekies tydens die oplossing van 'n probleem<sup>f</sup>

Metakognitiewe aksiekaarte wat betrekking het op:	Aantal kaarte	A	B	C	D	Totale aantal gekies
Bewuswees	5	3	1	5	8	17/20
Evaluering	3	2	2	2	2	8/12
Regulering	12	9	8	6	12	37/48
Kognitiewe handelinge	8	4	4	6	5	19/32
<b>Totale aantal gekies</b>	<b>28</b>	<b>18</b>	<b>15</b>	<b>19</b>	<b>27</b>	

In tabel 11 word 'n opsomming van die aantal metakognitiewe aksiekaarte wat individuele leerders by elke onderafdeling gekies het, weergegee. Leerder A kies 18, leerder B kies 15, leerder C kies 19 en leerder D kies 27 van die moontlike 28 metakognitiewe optredes tydens die oplossing van 'n probleem (tabel 11). Die leerders het die bewuswees-optrede in totaal 17 keer, die evaluering-optrede agt keer en die regulering-optrede 37 keer tydens die oplossing van 'n probleem geïmplementeer. Verder het leerder B wie se prestasie in skoolwiskunde aan die einde van 2004 57% was, nie minder reguleringsaksies gekies nie as leerders A en C (tussen ses en nege), wat albei 91% vir skoolwiskunde aan die einde van 2004 behaal het (tabel 11).

### Resultate van die onderhoude aan die hand van waarneming

Leerder A neem tien minute om 'n probleem op te los. Hierdie leerder kontroleer deurgaans dit wat gedoen word om die vraag te voltooi, met dit wat gevra is. Leerder A dink hardop (privaatspraak) en weet onmiddellik by die antwoord van die probleem, dat die antwoord nie korrek is nie, want sy sê dadelik: *She can't be that old! Can't be right!* Die leerder gaan onmiddellik terug om te kontroleer waar 'n fout gemaak is.

Leerder B neem vyf minute om 'n probleem op te los. Terwyl daar weer na die video gekyk is (gesimuleerde herroep), kon leerder B maklik verduidelik watter metakognitiewe optrede waar en waarvoor gebruik is. *Soos dié een, ek het my fout gekry. Ja, dis toe ek gedeel het. Daarna het ek my berekenings gekontroleer.*

Leerder C neem 13 minute om 'n probleem op te los. Leerder C het by die algebraïese oplossing van 'n probleem vasgehaak en het sigbaar geen ander probleemoplossingstrategie probeer nie. Hierdie leerder het hulp van die navorser gevra. Die leerder sê: *Ek kan nie onthou wat om te doen nie ... jy moet die  $x$  alleen kry ...* Leerder C het nie tydens die gesimuleerde herroep (kyk na video), aangetoon waar watter metakognitiewe optrede gebruik is nie. Hierdie leerder sê dan ook: *Ek dink aan baie ander dinge as aan die som self.*

Leerder D neem agt minute om 'n probleem op te los. Daar is weer na die video's gekyk (gesimuleerde herroep) waartydens dié leerder maklik aangetoon en verduidelik het waar, waarvoor en hoe die metakognitiewe optrede wat gekies is, gebruik is. Dit blyk onder meer uit die volgende aanhalings: *... Het 'n ander plan gemaak ... Ek het my metode verander en toe het ek dit van agter af gedoen ...*

<sup>f</sup> Ter wille van bondigheid word slegs die opsomming van die leerders se keuses van die metakognitiewe aksiekaarte hier weergegee.

## BESPREKING

Leerders het by uitstek “swak” presteer in die wiskunde-items in die vraelys (tabel 7). Dit wil voorkom of hierdie bevinding in ’n mate positief korreleer met die bevinding dat Suid-Afrika se Graad 8-leerders se gemiddelde telling in die 2003 *Trends in Mathematics and Science Study* wat ’n laaste plek verwerf het op die ranglys van die 46 deelnemende lande.<sup>41</sup> Daarteenoor het die vier deelnemers aan die onderhoude sukses behaal met die oplossing van ’n probleem. Die rede vir dié sukses kan enersyds dit wees dat drie van hierdie leerders toppresterders is (tabel 4), maar andersyds kan hierdie verskynsel moontlik in ’n mate daaraan toegeskryf word dat hierdie leerders besondere baat gevind het by individuele aandag, of (ten minste in ’n bepaalde mate) aan die Hawthorne-effek (hulle wou moontlik graag die onderhoudvoerder tevrede stel en hierdie aspek kon bygedra het tot die positiewe resultate).

Die onderhawige studie verskaf in ’n bepaalde mate bewys dat leerders in die ondersoekgroep se werklike prestasie nie ooreenstem met hul eie assessering van hul kognitiewe strategiegebruik nie. Hierdie bevinding sluit aan by vorige studies wat aantoon dat leerders wat meer kognitiewe strategieë tydens probleemoplossing gebruik, beter presteer as die leerders wat nie hierdie strategieë gebruik het nie.<sup>42, 43</sup> Dit is moontlik dat die leerders in ’n mate hul eie kognitiewe strategiegebruik en selfregulering, met ander woorde hul vermoëns as leerders/probleemoplossers, te hoog (vier tot ses) op die sewe-punt-skaal geassesseer het (tabel 9) as gevolg van ’n metakognitiewe kennistekort.<sup>44</sup> Dit blyk naamlik uit die studie dat daar nie ’n wesenlike korrelasie tussen MSLQ(kognitiewe strategiegebruik) of die MSLQ(selfregulering) en enige van die items van die Lucangeli-Cornoldi-instrument is nie (tabel 10b). Die items van die Lucangeli-Cornoldi-instrument sluit werklike sukses behaal asook metakognitiewe vaardighede (selfregulering) in. Dit word in gedagte gehou dat die byvoeg van metakognitiewe vrae by wiskundige take (Lucangeli-Cornoldi-instrument), die leerders se benadering tot die wiskundetake kon beïnvloed. Die bevinding sluit moontlik op beperkte skaal aan by Cavanaugh en Perlmutter<sup>42</sup> se bevinding dat hoë metakognitiewe tellings ’n gevolg kan wees van meer wiskundige vaardigheid – beter presteerders in wiskunde se kennis rakende strategieë en stappe kan bloot beter wees as dié van die swak presteerders. Of dan, soos dit uit die navorsing blyk: laer metakognitiewe tellings wat saamhang met ontoereikende wiskundige vaardigheid.

Leerder C wat ’n 91%-kandidaat is (tabel 4), het vasgehaak by die algebraïese oplossing van die probleem en het nie sigbaar ’n ander strategie probeer nie, terwyl die probleem met behulp van verskillende ander strategieë, byvoorbeeld ’n skets, ’n tabel, raai-en-kontroleer, opgelos kon word. Die volgende vraag word onwillekeurig gevra: Hoe is dit moontlik dat leerders goed presteer in wiskunde, maar tog sukkel om wiskundewoordprobleme op te los? Dit is moontlik ’n geval dat die prosedures meganies toegepas word, sonder dat die leerder dieper verstaan, of skemas vorm.

Leerders wat aan die studie deelgeneem het, voorspel en evalueer wel in ’n bepaalde mate hul sukses met die oplossing van ’n wiskunde-probleem, maar dié voorspelling en evaluering stem in ’n sekere mate nie ooreen met hul werklike prestasie nie. Dit kan moontlik wees dat die leerders nie weet wat hulle weet of nie weet nie, of dat leerders hul eie vermoëns oorskat. Verschaffel<sup>45</sup> beklemtoon die belangrikheid van metakognisie tydens die vooraf-denke of voorspelling en die ná-afhandeling-denke, selfrefleksie of evaluering van die oplossing van ’n wiskunde-probleem.

Uit die waarneming van die leerders en die keuse van aksiekaarte van die vier leerders wat aan die onderhoude deelgeneem het, wil dit voorkom dat hierdie leerders voordat die probleem aangepak is, hul sukses met die oplossing van die probleem voorspel het en nadat die probleem opgelos is, hul antwoord geëvalueer het. Die keuse van die aksiekaarte wat betrekking het op die bewuswees, kan in ’n bepaalde mate dui op die voorspelling van sukses in die Lucangeli-Cornoldi-instrument. Verder het al vier die deelnemers sodra hulle tevrede was dat hulle die taak afgehandel

het, teruggesit in die stoel en met die kop geknik om aan te dui dat hulle klaar is. Die liggaamstaal van die leerders en die keuse van aksiekaarte het betrekking op evaluering en kan in 'n bepaalde mate dui op die evaluering van sukses in die Lucangeli-Cornoldi-instrument.

Dit blyk ook uit die bevindings van die onderhawige studie dat onderskeidelik 40% en 42% van die leerders seker was van hul sukses in die voorspelling en evaluering van hul sukses met die oplossing van die meetkundeprobleem (tabel 8). Slegs 4% van die leerders het werklik sukses behaal met die oplossing van die probleem (tabel 7) wat daarop kan dui dat hulle hul vermoëns oorskakel het. Goos, Galbraith en Renshaw<sup>46</sup> het bevind dat daar leerders is wat misluk met die oplossing van 'n probleem en tydens die evaluering van hul eie oplossing steeds onbewus is daarvan dat hulle misluk het.

Hierdie navorsing dui daarop dat leerders swak presteer het met die oplossing van probleme en dat hul monitering van hul eie gedrag eweneens ontoereikend was. Dit wil sê, dié leerders het a) nie sukses behaal in die meetkundeprobleem nie, en b) ooreenstemmend nie blyke gegee dat hulle hul gedrag **monitor** nie. Dit kan moontlik aansluit by vorige bevindings in hierdie verband soos Lucangeli, Cornoldi en Tessari<sup>47</sup> se studies. Hulle het bevind dat daar 'n positiewe verband tussen metakognisie (monitering) en prestasie in wiskunde (spesifiek: meetkunde) bestaan. In hierdie navorsing was die korrelasie 0.33 (tabel 10b) wat ook dui op swak prestasie wat gepaard gegaan het met die afwesigheid van monitering en goeie prestasie met monitering.

Dit lyk of die meeste leerders in die onderhawige studie nie die noodsaaklikheid van monitering en evaluering tydens probleemoplossing in wiskunde verstaan nie, of dit nog nooit verwerp het nie. Tydens die onderhoud het leerder D die strategie vir die oplossing van 'n probleem verander, wat moontlik kan beteken dat die leerder agtergekom (**gemonitor**) het dat die eerste strategie nie werk nie. Daarteenoor het leerder C vasgehaak by die oplossing van 'n probleem, gewonder oor watter ander strategie gebruik kon word, maar nie sigbaar 'n ander strategie probeer nie. Die bevindings stem in 'n mate ooreen met Nelson en Narens<sup>48</sup> wat stel dat nog geen noemenswaardige verband tussen voorspelling van sukses en werklike sukses behaal, bevind is nie en hulle reken verder dat 'n navorsers verwag dat daar geen verskil sal wees tussen die voorspelling of evaluering van sukses en die werklike sukses wat leerders behaal nie. Die verband sou impliseer dat die leerder hom-/haarself as leerder ken en ook weet oor watter kognitiewe vermoëns hy/sy beskik.

Dit is moontlik dat die bevindings daarop dui dat leerders sekere konsepte in wiskunde (oppervlakte/area) nie verstaan nie en daarom nie daarop kan reflekteer nie of omdat hul reflekerende denke nie ontwikkel is nie. Die deelnemers aan die onderhoud het nie direk aangetoon dat hulle besig was om te reflekteer nie. Al vier leerders het aandag gegee aan foute, wat moontlik in 'n mate bewys dat dit 'n metakognitiewe aktiwiteit was wat privaatspraak, analise en refleksie ingesluit het en wat gerig was op die evaluering van 'n fout.<sup>49</sup> Die bevindings sluit moontlik in 'n mate aan by Carr en Biddlecomb<sup>22</sup> wat bevind het dat leerders nalaat om in wiskunde te beplan en te evalueer, omdat hulle vaardighede en kennis verwerp, sonder om te leer om te reflekteer. Een moontlike uitkoms van so 'n werkwyse is dat leerders nie kennis oordra of verwantskappe tussen verskillende tipes skoolwiskunde raaksien nie, want hulle fikseer op die taak voor hulle. Bransford, Brown en Cocking<sup>50</sup> het bevind dat leerders die inhoud moet verstaan om te kan reflekteer of selfregulering te kan toepas. As leerders se prestasie met refleksie verband hou, kan die bevindings van die onderhawige studie in 'n mate ooreenstem met die omgekeerde van dit wat in die literatuur bevind is – swak prestasie of nie verstaan nie en swak refleksie.

## SLOTOPMERKINGS

Verskillende wiskundetake stel die eis van wisselende grade van metakognitiewe betrokkenheid.<sup>13</sup> McKoon en Ratcliff<sup>51</sup> het bevind dat leerders nie in staat is om sekere metakognitiewe optrede te herroep nie, omdat hierdie optrede reeds outomaties uitgevoer word. Wanneer prosedures oorleer

word, word die uitvoer daarvan (soos die vier basiese bewerkings) outomaties en vereis dit minder metakognitiewe betrokkenheid as meer komplekse wiskunde probleme.<sup>13</sup> Dit moet in gedagte gehou word dat die spesifieke nderoetine-meetkunde probleem gekies is om leerders se metakognitiewe response te ondersoek. Die meetkunde probleem benodig meer as roetine handeling – metakognitiewe aktiwiteite word vereis om te voorspel, te beplan, te monitor, te evalueer en te reflekteer. Refleksie is ’n integrerende deel van probleemoplossing in wiskunde, omdat leerders metakognitief bewus behoort te wees van hul reflekerende denke oor hulself as leerders (probleemoplossers), die leertaak (die probleem wat opgelos moet word) en die beskikbare en toepaslike strategieë in die spesifieke konteks indien hulle in wiskunde wil presteer.<sup>52</sup>

Meichenbaum, Burland, Gruson en Cameron<sup>53</sup> se studie wys daarop dat leerders wat ’n beperkte linguistiese vermoë het, probleme ondervind om hul denke te verwoord. Haynes<sup>54,6</sup> ondersteun ook hierdie idee deur die volgende opmerking te maak: *How can one be metacognitively aware or reflective without a language to think about oneself?*

Die hipotese van Schoenfeld<sup>11</sup> en Artzt en Armour-Thomas<sup>20</sup> dat metakognitiewe prosesse ’n belangrike rol speel by die oplossing van probleme – monitering en beplanning word byvoorbeeld ingespan wanneer dit nodig is om aanpassings te maak, of om struikelblokke te oorkom, word ondersteun deur die navorsers. Hierdie siening van (onderrig en) leer, naamlik dat metakognitiewe kennis metakognitiewe ervarings aktiveer wat weer die gebruik van bepaalde metakognitiewe strategieë aktiveer,<sup>29</sup> staan in sterk kontras met die tradisionele benadering tot wiskundeleerfasilitering (-onderrig) waar die leerfasiliteerder (onderwyser) slegs fokus op wat onderrig en geleer behoort te word en leerders passief in dié proses is.<sup>21</sup>

In Suid-Afrika is nog relatief min navorsing in die Suid-Afrikaanse konteks oor metakognisie in wiskunde-onderrig en -leer gedoen en is min daarvoor gepubliseer. Die moontlikhede wat metakognitiewe vaardighede en strategieë vir verbetering van wiskunde-onderrig en -leer (nie slegs in terme van die verbetering van wiskunde prestasie op die korttermyn, soos onder andere gemeet aan leerders se prestasie in die Graad 12-eindeksamen nie, maar by uitstek in terme van die moontlikhede wat dit op die langtermyn inhou) is relatief onbekend by leerders en leerfasiliteerders in Suid-Afrika, want skoolkurrikula sluit nie die fasilitering (onderrig en leer) van metakognitiewe vaardighede en strategieë eksplisiet in nie. Die bevindings van die onderhawige studie suggereer egter dat die implementering van metakognisie en metakognitiewe strategieë in wiskunde-onderrig en -leer op nasionale provinsiale, skool- en tersiêre vlak aandag verdien.<sup>55</sup>

## AANTEKENINGE

Die outeurs spreek hul opregte dank en waardering uit teenoor die betrokke onderwysdepartement, wat toestemming verleen het vir die uitvoer van die navorsing, asook teenoor deelnemende skole, skoolhoofde, onderwysers, ouers en leerders wat betrokke was by die onderhawige navorsing.

## BIBLIOGRAFIE

1. Bernstein, A. (2004). *Number crunch for SA. Finance*. [http://www.finance24.com/Finance/Economy/0,,1518-25\\_1617659,00.html](http://www.finance24.com/Finance/Economy/0,,1518-25_1617659,00.html) [8 Nov. 2004].
2. Onderwys. (2004). *Beeld*: 9 Nov. 2004. [http://www.news24.com/Beeld/Hoofartikels/0,3-65\\_1618373,00.html](http://www.news24.com/Beeld/Hoofartikels/0,3-65_1618373,00.html) [9 Nov. 2004].
3. Howie, S.J. (1999). *Third international mathematics and science study repeat. Executive summary*. <http://www.hsrc.ac.za> [15 Nov. 2003].
4. Howie, S.J. (2000). *International study finds South African conditions not conducive to the learning of mathematics and science*. Media release. <http://www.hsrc.ac.za> [15 Nov. 2003].
5. Barr, R.B. & Tagg, J. (1995). *From teaching to learning: a new paradigm for undergraduate education*. <http://critical.tamucc.edu/~blalock/readings/tch2learn.htm> [26 Aug. 2003].
6. Maree, J.G. (2005). *Ontrafel wiskunde*. LAPA uitgewers: Pretoria.

7. Biggs, J. (1996). Enhancing teaching through constructive alignment. *Higher Education*, 32:347-364.
8. Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In Grouws, D. (Ed.). *Handbook on research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.
9. Departement van Onderwys. (2002). Hersiene nasionale kurrikulumverklaring Graad R-9 (Skole) Wiskunde.
10. NCTM. (National Council of Teachers of Mathematics). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
11. Schoenfeld, A.H. (1985a). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
12. Department of Education. (1995). *White paper on education and training*. <http://www.gov.za/whitepaper/1995/education1.htm> [17 Nov. 2003].
13. Lucangeli, D., & Cornoldi, C. (1997). Mathematics and metacognition: what is the nature of the relationship? *Mathematical Cognition*, 3:121-139.
14. Tishman, S., Perkins, D., & Jay, E. (1995). *The thinking classroom*. Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.
15. Hartman, H.J. (2001). Developing students' metacognitive knowledge and skills. In Hartman, H.J. (Ed.). *Metacognition in learning and instruction. Theory, research and practice*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
16. Pugalee, D.K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 101(5):236-245.
17. Fortunato, I., Hecht, D., Tittle, C.K. & Alvarez, L. (1991). Metacognition and problem solving. *Arithmetic Teacher*, 39(4):38-40.
18. Allen, B.R. (1991). *A study of metacognitive skill as influenced by expressive writing in college introductory algebra classes*. Unpublished doctoral dissertation, Louisiana: Louisiana State University and Agricultural and Mechanical College.
19. Davidson, J.E. & Sternberg, R.J. (1998). Smart problem solving: how metacognition helps. In Hacker, D.J., Dunlosky, J., Graeser, A.C. (Eds). *Metacognition in educational theory and practice*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
20. Artzt, A. & Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction*, 9(2):137-175.
21. Cardelle-Elawer, M. (1995). Effects of metacognitive instruction on low achievers in mathematics problems. *Teaching and Teacher Education*, 11(1):81-95.
22. Carr, M., & Biddlecomb, B. (1998). Metacognition in mathematics: from a constructivist perspective. In Hacker, D.J., Dunlosky, J. & Graeser, A.C. (Eds.). *Metacognition in educational theory and practice*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
23. Ertmer, P.A., & Newby, T.J. (1996). The expert learner: strategic, self-regulated and reflective. *Instructional Science*, 24:1-24.
24. Flavell, J.H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: a new area of cognitive-development inquiry. *American Psychologist*, 34:906-911.
25. Brown, A.L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation and other mysterious mechanisms, In Weinert, F.E. & Kluwe, R.H. (Eds.). *Metacognition, motivation and understanding*. Hillside, NJ: Erlbaum.
26. Paris, S.G. & Winograd, P. (1990). How metacognition can promote academic learning and instruction. In Jones, B.F. & Idol, L. (Eds.). *Dimensions of thinking and cognitive instruction*. Hillside, NJ: Erlbaum.
27. Borkowski, J.G. (1996). Metacognition: theory or chapter heading? *Learning and individual differences*. 8(4): <http://web30.epnet.com/citation.asp?tb=1&> [11 Apr. 2005].
28. Butterfield, E.C. & Belmont, J.M. (1977). Assessing and improving the executive cognitive functions of mentally retarded people. In Bialer, I., & Sternlicht, M. (Eds.). *Psychological issues in mental retardation*. New York: Psychological Dimensions.
29. Garner, R. (1987). *Metacognition and reading comprehension*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.
30. Borkowski, J.G., Estrada, M.T., Milstead, M. & Hale, C.A. (1989). General problem solving skills: relations between metacognition and strategic processing. *Learning Disability Quarterly*, 12:57-70.
31. Schraw, G. (2001). Promoting general metacognitive awareness. In Hartman, H.J. (Eds.). *Metacognition in learning and instruction, theory, research and practice*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer.



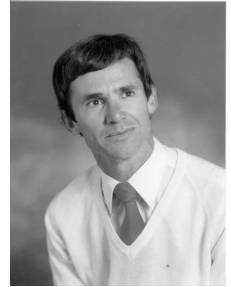
32. Johnson, D.W., Johnson, R.T. & Johnson-Holubec, E. (1993). *Co-operation in the classroom*. 6th ed. Edina, MN: Interaction Book Company.
33. Wittrock, M.C. (1986). Student's thought processes. In Wittrock, M.C. (Ed.). *Handbook of research on teaching*. 3rd ed. New York: Macmillan.
34. Johnson, D.W. & Johnson, R.T. (1993). Implementing co-operative learning. *Education Digest*, 58(8):62-67.
35. Schoenfeld, A.H. (1985b). Metacognitive and epistemological issues in mathematical understanding. In Silver, E.A. (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives*. Hillside, NJ.: Erlbaum.
36. Creswell, J.D. (2003). *Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approaches*. 2nd ed. California: Sage Publications.
37. SAS Institute., (2005). The SASSystem for Windows Release 9.1 TS Level1M0 Copyright© 2002-2003 by SAS Institute. Cary, NC, USA.
38. Pintrich, P.R., Smith, D.A.F. & McKeachie, W.J. (1989). *A manual for the use of the Motivated Strategies for Learning Questionnaire*. Ann Arbor, Michigan: The University of Michigan.
39. Wilson, J. (2001). *Methodological difficulties of assessing metacognition: a new approach*. Paper presented at the Australian Association for Research in Education Conference, Fremantle. <http://www.aare.edu.au/01pap/wil01001.htm> [15 March 2005].
40. Ellis, S.M. & Steyn, H.S. (2003). Practical significance (effect sizes) versus or in combination with statistical significance (p-values), *Management Dynamics*, 12(4):51-53.
41. Trends in International Mathematics and Science Study. (2003). <http://nces.ed.gov/timss/TIMSS03Tables.asp> [22 Jan. 2005].
42. Cavanaugh, J.C. & Perlmutter. (1982). Metamemory: a critical evaluation. *Child Development*, 53:11-28.
43. Schneider, W. & Sodian, B. (1988). Metamemory-memory behavior relationships in young children: evidence from a memory for location task. *Journal of Experimental Child Psychology*, 4:209-233.
44. Panaoura, A., Philippou, G. & Christou, C. (s.a.). Young pupils' metacognitive ability in mathematics. *European research in mathematics education III*. (Department of Education, University of Cyprus, [edrita@ucy.ac.cy](mailto:edrita@ucy.ac.cy)).
45. Verschaffel, L. (1999). Realistic mathematical modelling and problem solving in the upper elementary school: analyses and improvement. In Hamers, J.H.M., Van Luit, J.E.H. & Csapo, B. (Eds.). *Teaching and learning skills: contexts of learning*. Lisse, Netherlands: Swets & Zeitlinger.
46. Goos, M., Galbraith, P. & Renshaw, P. (s.a.). A money problem: a source of insight into problem solving action. The University of Queensland.
47. Lucangeli, D., Cornoldi, C. & Tessari, F. (1991). Children with learning disorders in reading and math: common and specific aspects of cognitive deficit and metacognitive knowledge. *Psichiatria dell'infanzia e dell'adolescenza*, 58:629-642.
48. Nelson, T.O. & Narens, L. (1994). Why investigate metacognition? In Metcalfe & Shimamura. (Eds.). *Metacognition*. Cambridge: MIT Press.
49. Shafir, U. (1995). Computer-based testing of reflective thinking: executive control of erroneous performance in 9 to 12 year old children. In Anzai, Y., Ogawa, K. & Mori, H. (Eds.). *Symbiosis of human and artifact*. New York: Elsevier Sciences B.V.
50. Bransford, J.D., Brown, A.L. & Cocking, R.R. (2003). *How people learn: brain, mind, experience, and school*. Expanded ed. Washington, DC: National Academy Press.
51. McKoon, G. & Ratcliff, R. (1992). Inference during reading. *Psychological Review*, 99:440-466.
52. De la Harpe, B. & Radloff, A. (s.a.). Do first year students reflect on their learning? Why they should and how they can. <http://www2.auckland.ac.nz/cpd/HERDSA/HTML/TchLearn/delaHarpe.HTM> [4 Jun. 2005].
53. Meichenbaum, D., Burland, B., Gruson, L., & Cameron, R. (1985). Metacognitive assessment. In Yussen, S (Ed.). *The growth of reflection in children*. London: Academic Press.
54. Haynes, F. (1997). Teaching to think. *The Australian Journal of Teacher Education*, 22(1):1-12.
55. Van der Walt, M.S. (2006). 'n Ondersoek na metakognisie in wiskunde-onderrig en -leer met besondere verwysing na die Senior Fase. Ongepubliseerde MEd-verhandeling. Potchefstroom Noordwes-Universiteit.

## CURRICULA VITAE

**Marthie van der Walt** is 'n lektor in wiskunde-onderwys aan die Fakulteit Opvoedingswetenskappe, Noordwes-Universiteit (Potchefstroomkampus). Sy het beide haar BEd en MEd *cum laude* geslaag. Haar navorsing fokus op die onderrig en leer van wiskunde in die Algemene-Onderwys-en-Opleidingsband met die klem op die geïntegreerde rol wat metakognisie speel in die oplossing van wiskunde-probleme. Haar onderwyservaring sluit in die onderrig van skoolwiskunde, wiskunde-vakadvies aan hoërskoolonderwysers (Departement Onderwys en Opleiding: Potchefstroom, Rustenburg en Brits), eksaminering en moderering van Graad 12-wiskunde vraestelle in die Noordwes-Provinsie (beide hoër- en standaardgraad, eerste en tweede vraestelle) en die indiens- en voordiensopleiding van wiskunde-onderwysers (sedert 1985). As koördineerder van die vakadviesdiens – Potchefstroom-distrik – was sy nou betrokke by die amalgamasie van die vorige departemente van onderwys tot die Noordwes-Provinsie se Departement van Onderwys, asook die aanvanklike opleiding van relevante rolspelers en grondslagfase-onderwysers in Uitkomsgerigte onderwys en Kurrikulum 2005. Sy is mede-outeur van wiskunde-handboeke vir Graad 4 tot 8-leerders en die meegaande onderwysergidse (*Stepping into mathematics* (Roederico Trust) en *Mathematics matters* (Cambridge University Press)).



**Jacobus Gideon (Kobus) Maree** is professor in die Fakulteit Opvoedkunde, UP. Prof. Maree het al sy grade *cum laude* behaal. Hy beskik oor drie doktorsgrade: DEd (Beroepsvoortligting), PhD, (Vakdidaktiek Wiskunde), en (c) DPhil (Sielkunde). Hy is outeur of mede-outeur van meer as 35 boeke en 85 artikels (gepubliseer in geakkrediteerde tydskrifte), deelydse radio- (en TV-) omroeper, sielkundige, asook nasionaal- en internasionaal-gerekende akademikus in Opvoedkunde en Sielkunde. Die oorkoepelende doel met sy huidige navorsing is die verwesenliking van alle leerders se diverse potensiaal (met die aksent op benadeelde leerders) en om toepaslike, koste-effektiewe voortligting/terapie, asook om beroepsvoortligting vir alle leerders in die RSA te fasiliteer en sodoende 'n betekenisvolle verskil te maak aan (veral) die onaanvaarbare persentasie swart leerders wat tans ingeskrewe studente is aan tersiêre instansies in Suid-Afrika. Prof. Maree, redakteur van die ISI- en IBSS-gelyste tydskrif *Perspectives in Education*, is 'n gegradeerde navorser by die National Research Foundation. In 1999 het hy lewenslange erelidmaatskap ontvang van die S.A. Raad vir Personeelpraktisyns. Prof. Maree is onlangs vereer met uitnemende presteerderstatus aan die Universiteit van Pretoria. In 2002 ontvang hy die OVSA-toekenning vir die bevordering van Opvoedkunde en in 2006 ontvang hy die medalje vir uitnemende navorsing van OVSA.



**Suria Ellis** is senior vakkundige by die Statistiese Konsultasiediens van die Noordwes-Universiteit (Potchefstroomkampus). Sy het die volgende nagraadse kwalifikasies aan die destydse PU vir CHO behaal: M Sc (Fisika), M Sc (Statistiek) en Ph D (Statistiek). Sy is geregistreer as professionele natuurwetenskaplike by SACNASP, is lid van die Suid-Afrikaanse Statistiese Vereniging en was ook betrokke by die organisering van die 'International Conference for Mathematics in Finance 2005'. Sy het deelgeneem aan nege internasionale kongresse en is outeur of mede-outeur van net soveel nasionale en internasionale publikasies.

