Die positief definiete matriksuitbreidingsprobleem

Author:
Estiaan M. Klem[1]

Affiliation:
[1]Mathematics and Applied Mathematics, North-West University, Potchefstroom Campus, South Africa

Correspondence to:
Estiaan Klem

Email:
estiaanklem@gmail.com

Postal address:
Private Bag X6001, Noordbrug 2520, South Africa

How to cite this abstract:
Klem, E.M., 2015, 'Die positief definiete matriksuitbreidingsprobleem', *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie* 34(1), Art. #1322, 1 page. http://dx.doi.org/10.4102/satnt.v34i1.1322

Note:
A selection of conference proceedings: Student Symposium in Science, 06 and 07 November 2014, Science Campus, University of South Africa. Organising committee: Mr Rudi W. Pretorius and Ms Andrea Lombard (Department of Geography, University of South Africa) and Dr Hertzog Bisset (South African Nuclear Energy Corporation [NECSA]).

The positive definite matrix completion problem. This study considers under which conditions a partial Hermitian matrix admits a positive definite completion. The answer is closely related to the underlying graph of the matrix. It turns out that if the graph is chordal and all the principal minors are positive, there exists a positive definite completion.

ʼn Parsiële matriks is ʼn matriks waarvan die inskrywings van die matriks bekend is en die res onbekend is. Die vraag is dan of dit moontlik is om waardes vir die onbekende inskrywings te gee sodat die volledige matriks ʼn spesifieke eienskap het. Ons beskou die klas van parsiële selftoegevoegde matrikse en vra dan wanneer het die matrikse ʼn uitbreiding wat positief definiet is. ʼn Noodsaaklike voorwaarde hier is dat elke volledige hoofdeelmatriks van ʼn parsiële selftoegevoegde matriks, positief definiet moet wees. Dit is wel nog nie ʼn voldoende voorwaarde nie, aangesien daar parsiële matrikse bestaan waarvan al die volledige hoofdeelmatrikse positief definiet is, maar wat geen positief definiete uitbreiding het nie. Dit is dus nodig om na ander eienskappe van die matriks te kyk. In dié geval is die onderliggende grafiek van die matriks baie belangrik. Ons verkry die grafiek deur die diagonaalelemente van die matriks voor te stel as punte op die grafiek en die bekende inskrywings voor te stel as verbindings tussen die punte; byvoorbeeld, as daar ʼn inskrywing in die (1,2) posisie van die matriks is, is daar ʼn verbinding tussen die punt 1 en 2 op die grafiek. Op dié manier word die probleem gereduseer na ʼn studie van die onderliggende grafiek en sy eienskappe. Dit is merkwaardig dat elke matriks wat voldoen aan die noodsaaklike voorwaarde en waarvan die onderliggende grafiek geen siklus bevat van ʼn lengte langer as 3 nie, noodwendig ʼn positief definiete uitbreiding sal hê. Ons noem grafieke wat hierdie eienskap het, koordgrafieke omdat enige twee punte wat nie direk aangrensend is nie, ʼn koord tussen hulle het. Hierdie resultaat is bewys deur Grone *et al.* (1984).

Dit kan gebeur dat die onderliggende grafiek nie ʼn koordgrafiek is nie, maar dat die parsiële matriks wel ʼn positief definiete uitbreiding het. Ons beskou dan die klas van parsiële selftoegevoegde matrikse wat aan die noodsaaklike voorwaarde voldoen, maar nie ʼn onderliggende koordgrafiek is nie. Die vraag is, watse eienskappe moet die matriks en sy onderliggende grafiek hê sodat daar ʼn positief definiete uitbreiding bestaan?

Die positief definiete uitbreidingsprobleem het toepassings in waarskynlikheidsleer en statistiek, stelselingenieurswese, geofisika en chemie, om maar ʼn paar te noem. Dit het ook ʼn noue verband met semidefiniete programmering en die Euklidiese afstandsmatriks, wat gebruik word in chemie.

Literatuurverwysings

Grone, R., Johnson, C., Sà, E. & Wolkowicz, H., 1984, 'Positive definite completions of partial hermitian matrices', *Linear Algebra and its Applications* 58, 109–124. http://dx.doi.org/10.1016/0024-3795(84)90207-6