

# 'n Prosedure vir die berekening van vloeï deur assimetriese kanale

P.S. Heyns

Departement Meganiese Ingenieurswese en Laboratorium vir Gevorderde Ingenieurswese, Universiteit van Pretoria, Pretoria 0002

## UITTREKSEL

'n Prosedure vir die berekening van vloeï deur assimetriese kanale soos wat tipies in turbomasjiene aangetref word, word aangebied. Die prosedure is gebaseer op 'n stroomlynkrommingsmetode met die beheerende vergelykings geformuleer langs kwasi-ortogonale in die vloeiveld. Hierdie formulering maak die prosedure ook geskik vir kanaalsegmente waarin die vloeïrigting oorwegend radiaal is. Daar word aanvaar dat die vloeï op bepaalde assimetriese vloeïoppervlakke in die kanaal isentropies plaasvind, alhoewel entropiegradiënte normaal op die stroomoppervlakke mag bestaan as gevolg van prosesse wat stroom op voor die kanaal plaasgevind het.

Daar word bewys dat die vloeï in 'n dun annulus wurg as die meridionale snelheidskomponent gelyk aan die lokale klanksnelheid word. By hoër meridionale snelhede begin die massavloeï daal. Daar is gevolglik in die algemeen 'n „subsoniese” sowel as 'n „supersoniese” oplossing vir dieselfde massavloeï. Na aanleiding hiervan word die prosedure beperk tot die „subsoniese” oplossing waarin die meridionale Machgetal kleiner as 1 bly. Die absolute Machgetal mag egter supersonies wees.

'n Volledige berekeningsprosedure met numeriese tegnieke volg daarna. Die resultate van 'n rekenaarprogram wat op hierdie prosedure berus, word vergelyk met twee toetsgevalle uit die literatuur.

## ABSTRACT

### *A procedure for the calculation of flow through axisymmetric ducts*

*A procedure for the calculation of flow through axisymmetric ducts as are typically found in turbomachines, is presented. The procedure is based on a streamline curvature method with the governing equations formulated along quasi-orthogonals in the flow field. This formulation allows the procedure to be used for segments of a duct wherein the flow direction is predominantly radial. It is assumed that the flow on specific stream surfaces is isentropic, but normal entropy gradients may exist because of processes which took place upstream of the duct.*

*It is shown that flow through a thin annulus chokes when the meridional velocity becomes equal to the local speed of sound. At higher meridional velocities the mass flow starts decreasing. Thus in general both a “subsonic” and a “supersonic” solution exist. Because of this the method is confined to the “subsonic” solution with the meridional Mach number less than 1. The absolute Mach number may however be supersonic.*

*The complete procedure with numerical techniques then follows. The results of a computer programme are compared with two test cases from the literature.*

## 1. INLEIDING

By die ontwerp van turbomasjiene is dit dikwels nodig om ook die vloeï deur assimetriese toevoer-, afvoer- of verbindingskanale te bereken. Met hierdie artikel word 'n vloeïberekeningsprosedure wat spesifiek vir dié doel ontwikkel is, maar wat ook wyer toepassingsmoontlikhede het, aangebied. Daar word aanvaar dat vloeï isentropies op assimetriese stroomoppervlakke plaasvind, maar die prosedure maak wel voorsiening vir verandering in entropie wat normaal op hierdie stroomoppervlakke is as gevolg van prosesse waaraan die vloeï onderworpe mag wees vóórdat dit die kanaal bereik. Die prosedure sou egter aangepas kon word om wel voorsiening te maak vir onomkeerbaarhede deur van 'n geskikte empiriese korrelasie vir entropietoename van berekeningstasie tot -stasie gebruik te maak.

Die berekeningsprosedure is gebaseer op 'n stroomlynkrommingsmetode waarvolgens die beheerende vergelykings langs kwasi-ortogonale deur die

vloeiveld geformuleer word. 'n Kwasi-ortogonaal is 'n reguit lyn wat willekeurig, maar verkieslik min of meer normaal, op die stroomvlakke by 'n bepaalde posisie deur die vloeiveld getrek word.

Die kwasi-ortogonale formulering is baie gerieflik vir die berekening van vloeï deur kanale waarin groot radiale vloeïkomponente voorkom. Die dikwels gebruikte formulering langs 'n straal<sup>1,2,3</sup> is net geskik vir gevalle waar die vloeï oorwegend aksiaal is. Daarteenoor is die vroeë formulering langs 'n normaal op die stroomlyn<sup>4</sup> wel geskik vir berekening van radiale vloeï, maar numeries baie omslagtig omdat daar telkens wanneer die stroomlynposisies deur die vloeiveld verander, nuwe normale opgestel moet word.

In beginsel moet massavloeïkontinuiteit en Newton se bewegingswet gelyktydig deur die hele vloeiveld bevredig word. Die stroomlynkrommingsmetode pas bogenoemde twee wette telkens afsonderlik toe en beweeg dan deur 'n iterasieproses na 'n oplossing wat

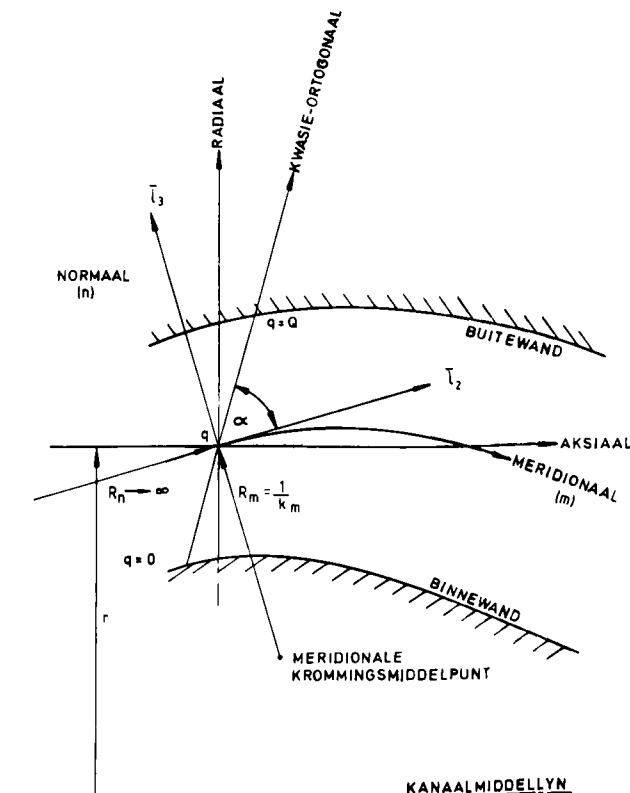
beide by 'n aantal ontwerpstasies deur die vloeiveld bevredig.

Daar is twee hoofiterasielusse in hierdie prosedure. Die buitenste iterasielus verstel die stroomlynposisies by verskillende berekeningstasies om die bewegingsvergelyking te bevredig. Die binneste iterasielus verstel die meridionale snelheid op die middelste stroomlyn om die kontinuïteitsvergelyking by 'n bepaalde stasie te bevredig.

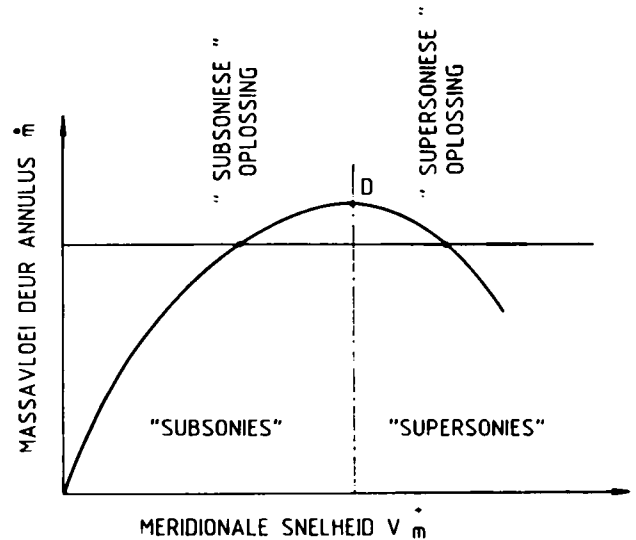
As randvoorwaarde word aanvaar dat die binne- en buitestroomoppervlakke en die kanaalwand presies saamval. Verder moet die vloeiertoestande by die kanaalinlaat ook bekend wees.

Die stroomlynkrommingsmetode is inherent goed geskik vir die hantering van verskillende kanaalgeometrieë en deur die oordeelkundige plasing van die kwasi-ortogonale kan goeie berekeningsroosters opgestel word. Daarbenewens is die prosedure maklik om te programmeer en word min rekenaarstoorruimte gebruik vergeleke by eindige-verskilformulerings.<sup>5</sup>

Berekening van die stroomlynkromming by al die berekeningstasies is integrerend deel van die stroomlynkrommingsprosedure. Dit beteken dat tot tweede-ordeafgeleides langs die stroomlyne bereken moet word, wat veroorsaak dat die kwaliteit van die krommes wat tussen die verskillende ontwerpstasies gepas word om die stroomlyne voor te stel, van groot belang is.



FIGUUR 1: 'n Meridionale snit deur 'n assimetrie-se kanaal.



FIGUUR 2: Massavloei deur 'n annulus as funksie van meridionale snelheid op 'n bepaalde stroomlyn. Vir dieselfde vloei bestaan daar 'n „subsoniese” sowel as 'n „supersoniese” oplossing.

## 2. AFLEIDING VAN DIE BEHERENDE VERGELYKINGS

Die stroomlynkrommingsmetode berus in beginsel op die gelyktydige oplossing van 'n geskikte vorm van die bewegingsvergelyking en die massavloei-kontinuïteitsvergelykings.

### 2.1 Die bewegingsvergelyking

As vertrekpunt word die bewegingsvergelyking in vektorvorm ( $V_{avra}^6$ -vergelyking 3(23)) beskou:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{h}_0 = \nabla \times (\vec{V} \times \vec{V}) + T \nabla s + \vec{f}$$

waarin  $\vec{V}$  die snelheidsvektor,  $t$  tyd,  $h_0$  die stagnasie-entalpie,  $T$  statiese temperatuur,  $s$  entropie en  $\vec{f}$  wrywingskrag per eenheidsmassa is.

As aanvaar word dat die vloei deur die kanaal gestadig is en alle lokale tydsafgeleides dus gelyk aan nul is, is

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \vec{0}$$

Op grond hiervan kan vaste stroomlyne deur die vloeiveld gedefinieer word.

Daar word verder aanvaar dat die vloei volkome assimetries is en daar dus geen verandering in die rigting van die eenheidsvektor  $\vec{i}_1$  is nie.  $\vec{i}_1$  vorm 'n ortogonale regterhandse koördinaatstelsel met die eenheidsvektore:  $\vec{i}_2$  en  $\vec{i}_3$  van figuur 1. 'n Gegewe stroomlyn kan dus om die kanaalmiddeellyn roteer word om 'n assimetrie-se stroomoppervlak te skep.

Die vloei op so 'n stroomoppervlak word beskou as wrywingloos en adiabaties. Daar mag wel entalpie-, entropie- en snelheidsgradiënte normaal op hierdie stroomoppervlakke bestaan, as gevolg van prosesse waaraan die vloei onderworpe kan wees voordat dit die kanaal binnekom.

Op grond van die voorafgaande kan die bewe-

gingsvergelyking tot die volgende vereenvoudig word:

$$\bar{\nabla} h_o = \bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{\nabla}) + T \bar{\nabla} s \quad (1)$$

Vir 'n algemene ortogonale koördinaatstelsel wat simmetries is rondom 'n as, is (met vergelyking A3(40) van Vavra<sup>6</sup>)

$$\begin{aligned} \bar{\nabla} \times \bar{\nabla} = & \bar{i}_1 \left[ \frac{\partial V_3}{\partial m} + V_3 k_n - \frac{\partial V_2}{\partial n} - V_2 k_m \right] \\ & \times \bar{i}_2 \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(rV_1)}{\partial n} - \frac{\partial V_3}{\partial \theta} \right] \\ & + \bar{i}_3 \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial V_2}{\partial \theta} - \frac{\partial(rV_1)}{\partial m} \right] \end{aligned}$$

waar

$$\bar{\nabla} = \bar{i}_1 V_1 + \bar{i}_2 V_2 + \bar{i}_3 V_3$$

en  $\partial m$ ,  $\partial n$  en  $r \partial \theta$  onderskeidelik inkremente langs 'n meridionaal (meridionale snit van die stroomoppervlak), die normaal en in die tangensiale rigting is.

Vir die geval onder beskouing word  $\bar{i}_2$  nou raaklynig aan die stroomoppervlak gekies, sodat die meridionale snelheidskomponent  $V_m$  dus by enige punt op die stroomoppervlak raaklynig aan  $\bar{i}_2$  by daardie punt is. Omdat daar geen snelheidskomponent loodreg op 'n stroomoppervlak kan wees nie, word die snelheidsvektor nou:

$$\bar{\nabla} = \bar{i}_1 V_u + \bar{i}_2 V_m$$

met  $V_u$  die tangensiale snelheidskomponent in rigting  $\bar{i}_1$  en  $V_m$  die meridionale snelheidskomponent in rigting  $\bar{i}_2$ .

Hieruit en met die voorwaarde van assimetrie volg dat

$$\begin{aligned} \bar{\nabla} \times \bar{\nabla} = & \bar{i}_1 \left[ -\frac{\partial V_m}{\partial n} - V_m k_m \right] + \bar{i}_2 \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(rV_u)}{\partial n} \right] \\ & + \bar{i}_3 \frac{1}{r} \left[ -\frac{\partial(rV_u)}{\partial m} \right] \end{aligned}$$

en

$$\begin{aligned} \bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{\nabla}) = & \bar{i}_1 \frac{V_m}{r} \left[ \frac{-\partial(rV_u)}{\partial m} \right] + \bar{i}_2 \left[ \frac{V_u}{r} \frac{\partial(rV_u)}{\partial m} \right] \\ & + \bar{i}_3 \left[ \frac{V_u}{r} \frac{\partial(rV_u)}{\partial n} + V_m \frac{\partial V_m}{\partial n} + V_m^2 k_m \right] \end{aligned}$$

Vergelyking 1 lewer nou die volgende drie komponentvergelykings:

$$0 = \frac{V_m}{r} \left[ \frac{-\partial(rV_u)}{\partial m} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial h_o}{\partial m} = \frac{V_u}{r} \left[ \frac{\partial(rV_u)}{\partial m} \right] + \frac{T \partial s}{\partial m} \quad (3)$$

$$\frac{\partial h_o}{\partial n} = \frac{V_u}{r} \left[ \frac{\partial(rV_u)}{\partial n} \right] + \frac{V_m \partial V_m}{\partial n} + V_m^2 k_m + \frac{T \partial s}{\partial n} \quad (4)$$

Van vergelyking 2 volg dat

$$\frac{\partial(rV_u)}{\partial m} = 0 \quad (5)$$

wat beteken dat die draaimomentum konstant bly langs 'n meridionaal.

Met die aanname dat vloei op 'n bepaalde stroomoppervlak binne-in die kanaal isentropies is, geld vir assimetrisse vloei dat

$$\frac{\partial s}{\partial m} = 0$$

en volg van vergelykings 3 en 5 dat

$$\frac{\partial h_o}{\partial m} = 0$$

Laat  $\psi$  nou enige gegewe gelykmatig kontinue skalaarfunksie in die vloeiveld wees met  $dq$  in infinitesimale verplasing langs die kwasi-ortogonaal.

Nou is

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dq} = & \frac{\partial \psi}{\partial m} \frac{dm}{dq} + \frac{\partial \psi}{\partial n} \frac{dn}{dq} \\ = & \cos \alpha \frac{\partial \psi}{\partial m} + \sin \alpha \frac{\partial \psi}{\partial n} \end{aligned}$$

en dus volg ook dat

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{d\psi}{dq} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \frac{\partial \psi}{\partial m}$$

As  $\psi$  nou opeenvolgend vervang word met  $V_m$ ,  $rV_u$ ,  $h_o$  en  $s$  volg dat

$$\frac{\partial V_m}{\partial n} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{dV_m}{dq} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \frac{\partial V_m}{\partial m} \quad (6)$$

$$\frac{\partial(rV_u)}{\partial n} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{d(rV_u)}{dq} \quad (7)$$

$$\frac{\partial h_o}{\partial n} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{dh_o}{dq} \quad (8)$$

$$\frac{\partial s}{\partial n} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{ds}{dq} \quad (9)$$

waar daar in vergelykings 7 tot 9 gebruik gemaak is van die feit dat onderskeidelik draaimomentum, stagnasie-entalpie en entropie konstant bly langs enige gegewe meridionaal.

Vergelykings 6 tot 9 kan in 4 gestel word om die verlangde uitdrukking te lewer:

$$\begin{aligned} V_m \frac{dV_m}{dq} = & \frac{dh_o}{dq} - \frac{T ds}{dq} - \frac{V_u}{r} \frac{d(rV_u)}{dq} \\ & - V_m^2 k_m \sin \alpha + V_m \frac{\partial V_m}{\partial m} \cos \alpha \end{aligned} \quad (10)$$

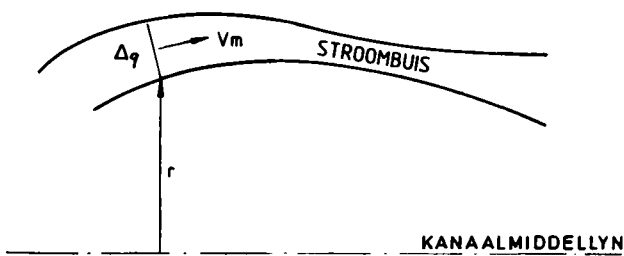
Hierdie vorm van die bewegingsvergelyking is geskik vir oplossing met die stroomlynkrommingsmetode.

## 2.2 Die kontinuïteitsvergelyking

Die massavloei-kontinuïteitsvergelyking kan in integraalvorm as volg geskryf word:

$$\dot{m} = \int_0^Q 2\pi r \rho V_m \sin \alpha \, dq \quad (11)$$

waar  $\dot{m}$  die massavloei deur die kanaal is en  $Q$  die afstand tussen die binne- en buitewand, soos gemeet langs die kwasi-ortogonaal.



FIGUUR 3: 'n Ringvormige stroombuis waarvoor verandering in vloeisnelheid van binne- na buitewand klein is.

**3. KRITERIUM VIR DIE WURG VAN VLOEI DEUR 'N ANNULUS**

Na analogie van die vloeï deur 'n mondstuk, kan verwag word dat die verandering in massavloei deur 'n annulus met toename in meridionale snelheid op 'n bepaalde stroomlyn,  $V_m^*$ , voorgestel kan word deur 'n kromme soos figuur 2. By punt D op die kromme wurg die vloei en bereik 'n maksimum, waarna dit geleidelik afneem.

Dit is duidelik dat daar vir dieselfde vloei 'n „subsoniese” sowel as 'n „supersoniese” oplossing bestaan. Met die oplosprosedure in hierdie artikel kan nie uitsluitel gegee word watter van hierdie oplossings die geldige is nie, en omdat die prosedure bedoel is vir kanale waarin die vloei gewoonlik subsonies sal wees, word hier dus slegs na die „subsoniese” oplossing gesoek.

Dit is dus noodsaaklik om 'n kriterium te vind waarvolgens bepaal kan word of die oplossing steeds in die „subsoniese” gebied is.

Ter wille van eenvoud word 'n ringvormige stroombuis, soos in figuur 3, beskou, waarvoor aanvaar word dat  $\Delta q$  so klein is dat verandering van  $V_m$  en  $V_u$  van die binnewand na die buitewand verwaarloos mag word.

Die massavloei deur so 'n stroombuis met deurvloeioppervlakte A word gegee deur:

$$\dot{m} = \rho A V_m$$

Aangesien 'n uitdrukking vir die verandering in massavloei met  $V_m$  gesoek word, is dit eers nodig om die vloeiërdigtheid  $\rho$  uit te druk in terme van vloeiërsnelheid.

Uit isentropiese vloeiërsverwantskappe ( $V_{avra}^6$ -vergelyking 11 (48)) en die definisie van stagnasieentalpie, volg dat

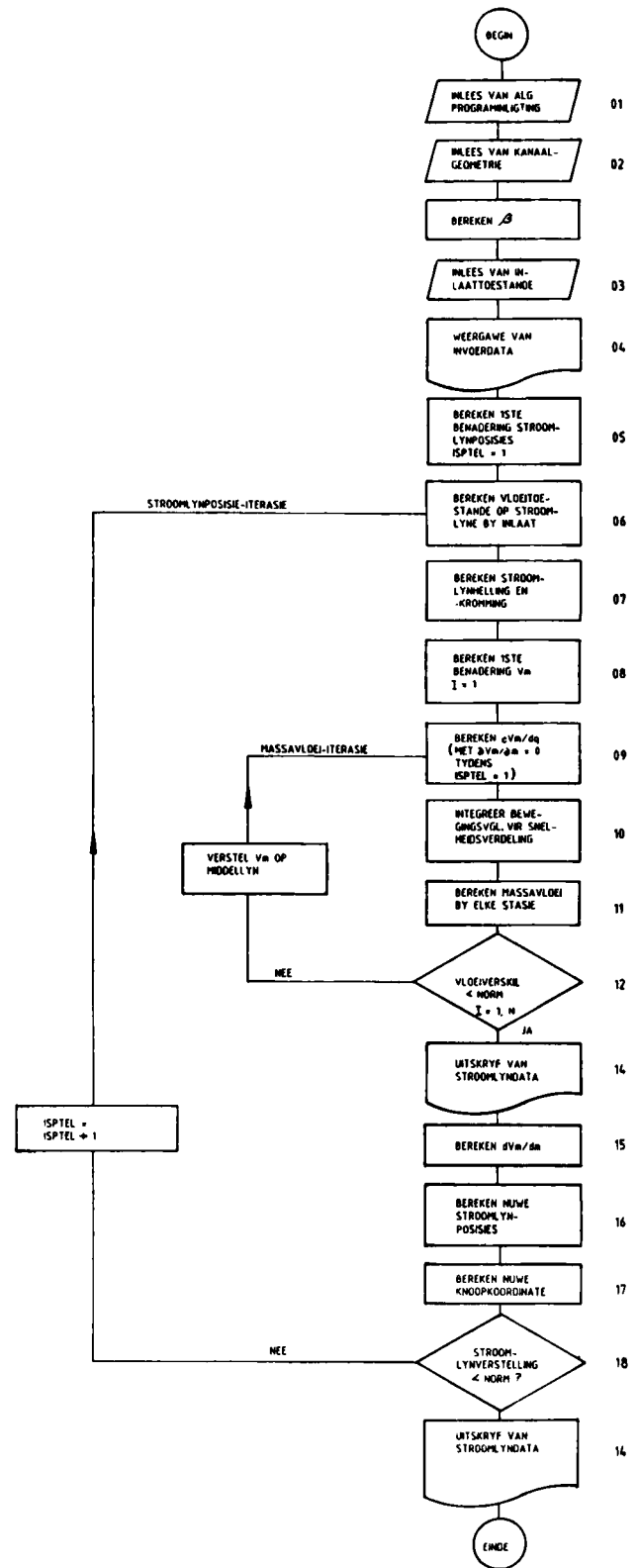
$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[ \frac{h}{h_0} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$= \left[ \frac{h_0 - \frac{V_u^2}{2} - \frac{V_m^2}{2}}{h_0} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

waar  $\rho_0$  die stagnasieërdigtheid is.

Hieruit volg dus dat

$$\dot{m} = \rho_0 A V_m \left[ \frac{h_0 - \frac{V_u^2}{2} - \frac{V_m^2}{2}}{h_0} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$



FIGUUR 4: Vloeiëdiagram vir 'n rekenaarprogram gebaseer op die prosedure wat in paragraaf 5 uiteengesit word. ISPTEL is 'n teller wat die aantal stroomlynposisie-iterasies tel. Vir elke bepaalde waarde van ISPTEL word die massavloei-iterasie opeenvolgend vir elke stasie vanaf 1 tot n uitgevoer.

Die verandering in massavloei met meridionale snelheid by 'n bepaalde stasie is

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial V_m} = C \left[ h_0 - \frac{V_u^2}{2} - \frac{V_m^2}{2} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} - C \frac{V_m^2}{\gamma-1} \left[ h_0 - \frac{V_u^2}{2} - \frac{V_m^2}{2} \right]^{\frac{2-\gamma}{\gamma-1}}$$

met

$$C = \frac{\rho_0 A}{h_0 \gamma^{-1}}$$

By die draaipunt is  $\partial \dot{m} / \partial V_m = 0$  en dus volg dat

$$\left[ h_0 - \frac{V_u^2}{2} - \frac{V_m^2}{2} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} = \frac{V_m^2}{\gamma-1} \left[ h_0 - \frac{V_u^2}{2} - \frac{V_m^2}{2} \right]^{\frac{2-\gamma}{\gamma-1}}$$

sodat

$$V_m^2 = (\gamma-1) \left[ h_0 - \frac{V_u^2}{2} - \frac{V_m^2}{2} \right] \\ = (\gamma-1)h$$

Met Vavra<sup>6</sup> se vergelyking 9(11) volg

$$V_m = \sqrt{(\gamma-1)h} \\ = a$$

waar a die lokale klanksnelheid is.

Hieruit is dit duidelik dat die vloei wurg as die meridionale snelheidskomponent gelyk aan die lokale klanksnelheid word—ongegag die grootte van die tangensiale snelheidskomponent.

Om te verseker dat daar steeds in die "subsoniese" gebied gebly word, moet daar dus gedurende die berekeningsproses voortdurend getoets word of die meridionale Machgetal in elke stroombuis by elke berekeningstasie kleiner as 1 bly. As dit nie die geval is nie, moet uitvoering van die prosedure gestaak word.

#### 4. BEREKENING VAN DIE ENTROPIEVERDELING BY DIE INLAAT VAN 'N KANAAL

By die berekening van vloei deur turbomasjië-kanaale is dit gerieflik om die massavloei  $\dot{m}$ , stagnasiedruk  $P_0$ , stagnasietemperatuur  $T_0$  en tangensiale snelheid  $V_u$  as funksies van posisie langs die kwasi-ortogonaal by die inlaat tot die kanaal te spesifiseer. Die meridionale snelheid by die inlaat word dan bereken deur die bewegingsvergeljking en die kontinuïteitsvergeljking gelyktydig langs dié bepaalde kwasi-ortogonaal op te los.

Daar word soms in die literatuur gevind dat die meridionale snelheidsverdeling vir 'n bepaalde toetsgeval gerapporteer word en dat dit verskil van die berekende snelheidsverdeling, al word dieselfde massavloei-, stagnasiedruk-, stagnasietemperatuur- en tangensiale snelheidsverdelings by die inlaat gebruik.

Dit kan die gevolg wees van 'n verskil in geïmpliseerde entropieverdeling by die kanaalinlaat. In die volgende gedeelte word aangedui hoe die korrekte entropieverdeling by die inlaat bereken kan word.

Aanvaar dat die meridionale snelheidsverdeling gelyk is aan die gerapporteerde verdeling by die inlaat. Uit die invoerdata is die stagnasiedruk- en -temperatuurverdelings bekend. Die soortlike warmtekapasiteit  $C_p$  wat volgens Hattingh<sup>7</sup> se vergelyking 14 geskryf kan word as 'n funksie van statiese temperatuur, word nou benaderd bereken deur stagnasie-temperatuur te gebruik.

Hiermee volg die statiese temperatuur

$$T = T_0 - \frac{V_u^2 + V_m^2}{2C_p}$$

Hierdie waarde van T kan gebruik word om  $C_p$  te verfyn.

Met die soortlike warmte  $C_p$  en die gaskonstante R bekend, kan die spesifieke warmteverhouding  $\gamma$  bereken word:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_p - R}$$

Met  $P_0$  verder ook bekend uit die invoerdata kan die statiese druk P bereken word:

$$P = P_0 \left[ \frac{T}{T_0} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Met vergelyking 7.36 van Rogers en Mayhew<sup>8</sup> volg

$$s = C_p \ln \frac{T}{T_v} - R \ln \frac{P}{P_v}$$

met die verstandhouding dat die entropie by die verwysingsposisie v gelyk aan nul is. Die verwysingsposisie kan na willekeur gekies word.

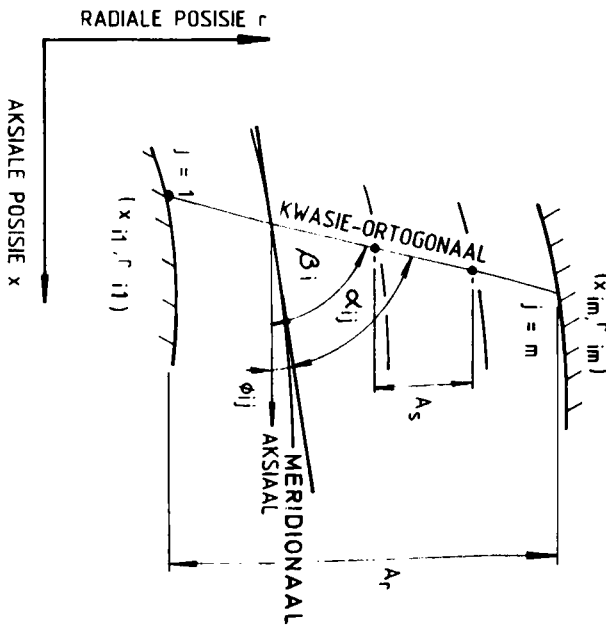
Indien die entropieverdeling wat met die voorafgaande prosedure bereken is, gebruik word vir die berekening van die meridionale snelheidsverdeling by die inlaat van 'n kanaal, en dié meridionale snelheidsverdeling steeds nie ooreenkom met die gerapporteerde verdeling nie, is die berekeningsaannames vir hierdie berekening en dié vir die toetsgeval waarskynlik verskillend.

So is dit byvoorbeeld moontlik dat in die toetsgeval die soortlike warmte nie as funksie van temperatuur beskou is nie, maar dat 'n konstante soortlike warmte waarde eenvoudig aan 'n bepaalde stasie toegeken is, soos dikwels gedoen word by die ontwerp van turbomasjië. In so 'n geval mag dit nodig wees om die berekende entropiegradiënt slegs as eerste benadering te gebruik, wat dan verder verstel moet word deur 'n leer-en-probeer-benadering.

In bepaalde spesifieke gevalle kan die vereiste entropiegradiënt direk uit vergelyking 10 bereken word. 'n Voorbeeld hiervan word in paragraaf 6 bespreek.

#### 5. DIE BEREKENINGSPROSEDURE

Die stroomlynkrommingsmetode is 'n iteratiewe metode om 'n bepaalde vloeiveld te bereken. Die berekeningsprosedure word aan die gang gesit deur, as eerste benadering, die posisies van 'n gespesifiseerde aantal stroomlyne by bekende kwasi-ortogonale wat deur die vloeiveld gerangskik is, te raai (stap 05 figuur 4). Hieruit is dit dan moontlik om 'n eerste aanduiding van die waardes van stroomlynkromming



FIGUUR 5: 'n Meridionale snit deur die kanaal in die omgewing van kwassie-ortogonaal i.

$k_m$  en die hoek  $\alpha$  tussen  $I_2$  en die kwassie-ortogonaal by elke knooppunt (snypunt van stroomlyn en kwassie-ortogonaal) in die hele vloeiveld te verkry (stap 07).

Daar word nou by die eerste berekeningstasie begin. As eerste benadering word die kontinuïteitsvergelyking met die aanname van 'n konstante  $V_m$  oor die annulus gebruik om  $V_m$  by elke knooppunt van stasie 1 te bereken (stap 08). Hierdie  $V_m$ -waardes, tesame met die gespesifiseerde  $h_o$ ,  $s$  en  $rV_u$  en met  $k_m$  en  $\alpha$  wat tevore bereken is, kan gebruik word om  $dV_m/dq$  by elke knooppunt te bereken deur waardes aan die regterkant van vergelyking 10 te vervang (stap 09). Integrasie van vergelyking 10 lewer nuwe  $V_m$ -waardes by elke knooppunt (stap 10). Met dié verbeterde  $V_m$ -verdeling word die kontinuïteitsvergelyking by stasie 1 nou toegepas en word  $V_m$  op die middelstroomlyn verstel totdat die berekende massavloei by dié stasie ooreenstem met die gespesifiseerde massavloei vir die kanaal (stappe 11 en 12). Binne-in hierdie iterasielus (die massavloei-iterasie) word telkens nuwe  $dV_m/dq$ -waardes bereken, omdat die verandering in  $V_m$  ook die waarde van  $dV_m/dq$  beïnvloed (stappe 09 tot 12).

Die voorafgaande prosedure kan nou vir elke berekeningstasie herhaal word, met dié verskil dat die uiteindelijke  $V_m$ -verdeling van die vorige stasie nou as aanvangsverdeling gebruik word, in plaas van die konstante waarde by die inlaat (stappe 09 tot 12). Die  $h_o$ -,  $s$ - en  $rV_u$ -verdelings kan bereken word deur in gedagte te hou dat stagnasie-entalpie, entropie en draaimomentum behoue bly langs 'n meridionaal.

Daar word stroom af beweeg na die volgende stasie sodra die kontinuïteitsvergelyking by 'n bepaalde stasie bevredig word.

Sodra daar regdeur die hele vloeiveld beweeg is, word dit moontlik om nuwe, verbeterde stroomlyne deur die vloeiveld te konstrueer. Beter waardes van  $k_m$  en  $\alpha$  kan dus bereken word regdeur die vloeiveld.

Met hierdie waardes, die uiteindelijke  $V_m$ -verdelings van stappe 09 tot 12, en met die voorwaardes van behoud van stagnasie-entalpie, entropie en draaimomentum langs 'n stroomlyn, kan verbeterde waardes van  $V_m$  by elke knooppunt deur die hele vloeiveld bereken word. (Stroomlynposisie-iterasie van stap 06 tot 18.)

As die nuutberekende stroomlynposisie direk gebruik sou word vir die berekening van  $k_m$  en  $\alpha$  sou die prosedure in die algemeen onstabiel raak, en om hierdie rede word verandering in stroomlynposisie na elke stroomlynposisie-iterasie gedemp.

Berekening van die term  $\partial V_m / \partial m$  in vergelyking 10 vereis dat die verandering in  $V_m$  in die meridionale rigting bekend moet wees by 'n bepaalde knooppunt, terwyl die waarde van  $V_m$  by dié punt nog bepaal word. Om die iterasie wat nodig is vir die oplossing van dié probleem te vermy, word die berekening van  $\partial V_m / \partial m$  gebaseer op die snelhede van die vorige stroomlynposisie-iterasie, met die verstandhouding dat dit nie meer saak maak sodra die vloeiveldberekening gekonvergeer het nie.

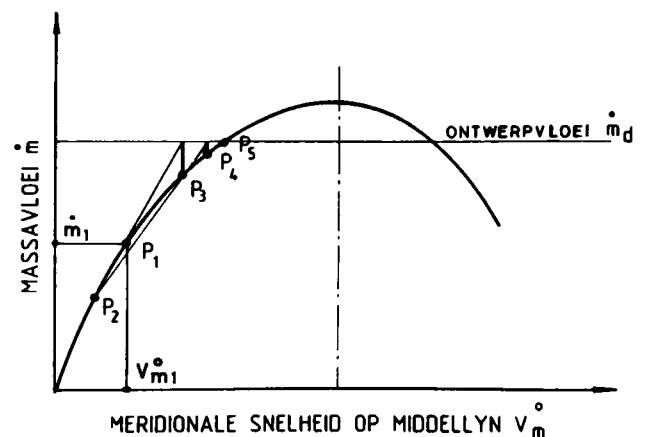
Dit is hier ook interessant om op te let dat as die kwassie-ortogonaal min of meer loodreg op die stroomlyne by 'n bepaalde stasie is,  $\cos \alpha$  klein en die invloed van die  $\partial V_m / \partial m$ -term in vergelyking 10, van minder belang word.

Daar word beskou dat konvergensie plaasgevind het sodra die stroomlynposisieverstelling by elke knooppunt in die vloeiveld kleiner as 'n bepaalde norm is.

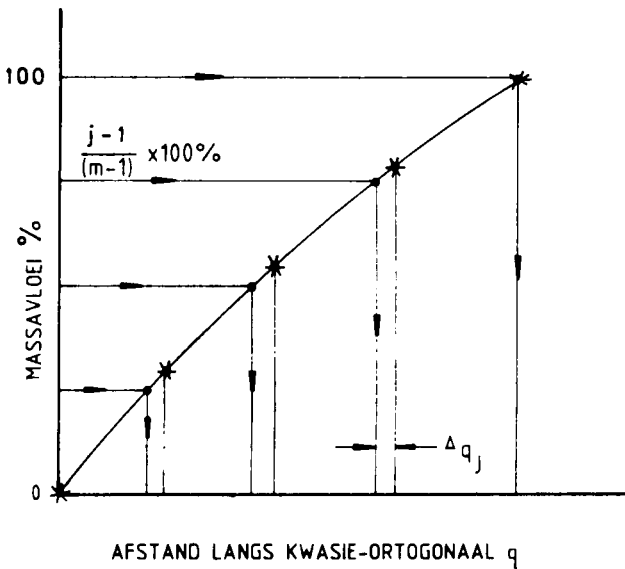
In die volgende paragrafe word die berekeningsprosedure in besonderhede bespreek.  $i$  verwys na die stasienumer en  $j$  na die stroomlynnummer.  $n$  is die nommer van die laaste stasie en  $m$  die nommer van die buitenste stroomlyn.  $m$  moet altyd 'n ongelyke getal wees. Die middelste stroomlynnummer is  $jm$ .

### 5.1 Kanaalgeometrie en inlaattoestande

Met die oog op berekeningsdoeleindes word die kanaal-geometrie gedefinieer deur die sny punte van die annuluswande en kwassie-ortogonale in die meridionale vlak. Addisionele koördinate vir fopstasies stroom op en stroom af van die werklike kanaal,



FIGUUR 6: Verstelling van die meridionale snelheid op die middelstroomlyn om massavloei-kontinuïteit te bevredig.



FIGUUR 7: Berekening van nuwe stroomlynposisies. Die geakkumuleerde massavloei tussen die binnewand en stroomlyn  $j$  moet  $(j-1)/(m-1) \times 100\%$  van die totale vloei wees.

word ingelees met die oog op die berekening van die kromming van die kanaalwand by die eerste en laaste stasies (d.w.s. by  $i=1$  en  $i=n$ ).

Die hoek  $\beta$  tussen die aksiaal en elke kwasi-ortogonaal word ook in hierdie stadium bereken. Met figuur 5 volg dat

$$\beta_i = \text{bg} \tan \frac{r_{im} - r_{i1}}{x_{im} - x_{i1}}$$

As  $x_{im} - x_{i1}$  egter baie klein word, word  $\beta_i$  gelyk aan  $\pi/2$  gestel om deling deur nul te verhoed. In hierdie prosedure word  $\beta_i$  nie toegelaat om  $\pi/2$  te oorskry nie. Dit is egter nie 'n fundamentele beperking nie en kan maklik verbeter word, indien nodig.

Behalwe vir die kanaalkoördinate, vereis die prosedure ook spesifikasie van die ontwerpmassavloei  $\dot{m}_a$ , stagnasiedruk- en -temperatuurverdelings, entropie- en tangensiale snelheidsverdelings by die inlaatstasie.

## 5.2 Berekening van die eerste benadering vir stroomlynposisies

As eerste benadering word die stroomlynposisies bepaal deur die oppervlakte  $A$ , wat deur een omwenteling van 'n bepaalde kwasi-ortogonaal om die simmetrie-as uitgevee word, op 'n vlak loodreg op die middellyn, in  $m-1$  gelyke oppervlakktes  $A_s$  te verdeel (figuur 5). Hierdie benadering vereis in die algemeen minder stroomlynposisie-iterasies as 'n benadering waarvolgens 'n kwasi-ortogonaal bloot in gelyke afstande verdeel sal word.

Die stroomlynposisiekoördinate word soos volg bereken:

$$r_{ij} = \sqrt{r_{i1}^2 + \frac{(j-1)A_s}{\pi}}$$

$$x_{ij} = x_{i1} + \frac{r_{ij} - r_{i1}}{\tan \beta_i}$$

As  $\beta$  klein word, word  $\tan \beta$  ook klein en word daar dus deur 'n klein getal gedeel. Om dit te verhoed word  $x_{ij}$  in dié geval soos volg bereken:

$$x_{ij} = x_{i1} + (x_{im} - x_{i1}) \frac{j-1}{m-1}$$

Hieruit kan die posisie langs die kwasi-ortogonaal bereken word:

$$q_{ij} = \sqrt{(x_{ij} - x_{i1})^2 + (r_{ij} - r_{i1})^2}$$

Om die waardes van  $P_o$ ,  $T_o$ ,  $s$  en  $V_u$  by die inlaat op die stroomlynposisies te vind is dit nodig om te interpoleer tussen die gegewe waardes by dié stasie. Soortlike warmtekapasiteit as funksie van temperatuur kan bereken word met Hattingh<sup>7</sup> se uitdrukking.

## 5.3 Berekening van stroomlynhelling en -kromming regdeur die vloeiveld

Die berekening van stroomlynkromming en -helling is van groot belang in die stroomlynkrommingsmetode en verskeie berekeningsmetodes is al aan die hand gedoen.

In vroeëre formulering is kubiese latte dikwels van stasie tot stasie "gespan" om die stroomlynvorm voor te stel en die kromming te bereken.

Op grond van meer onlangse werk waarin aangetoon is dat 'n eenvoudige eindige-verskilbenadering ewe goeie resultate as die latpassings gee, maar met minder konvergensieprobleme, word 'n eindige-verskilbenadering hier gebruik.<sup>9</sup>

Die stroomlynkromming by 'n bepaalde stasie word bereken met die uitdrukking

$$k_m = \frac{d^2r}{dx^2} \left[ 1 + \left( \frac{dr}{dx} \right)^2 \right]^{1,5}$$

waar

$$\frac{dr}{dx} = \frac{1}{2} \left[ \frac{r_{i+1} - r_i}{x_{i+1} - x_i} + \frac{r_i - r_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right]$$

en

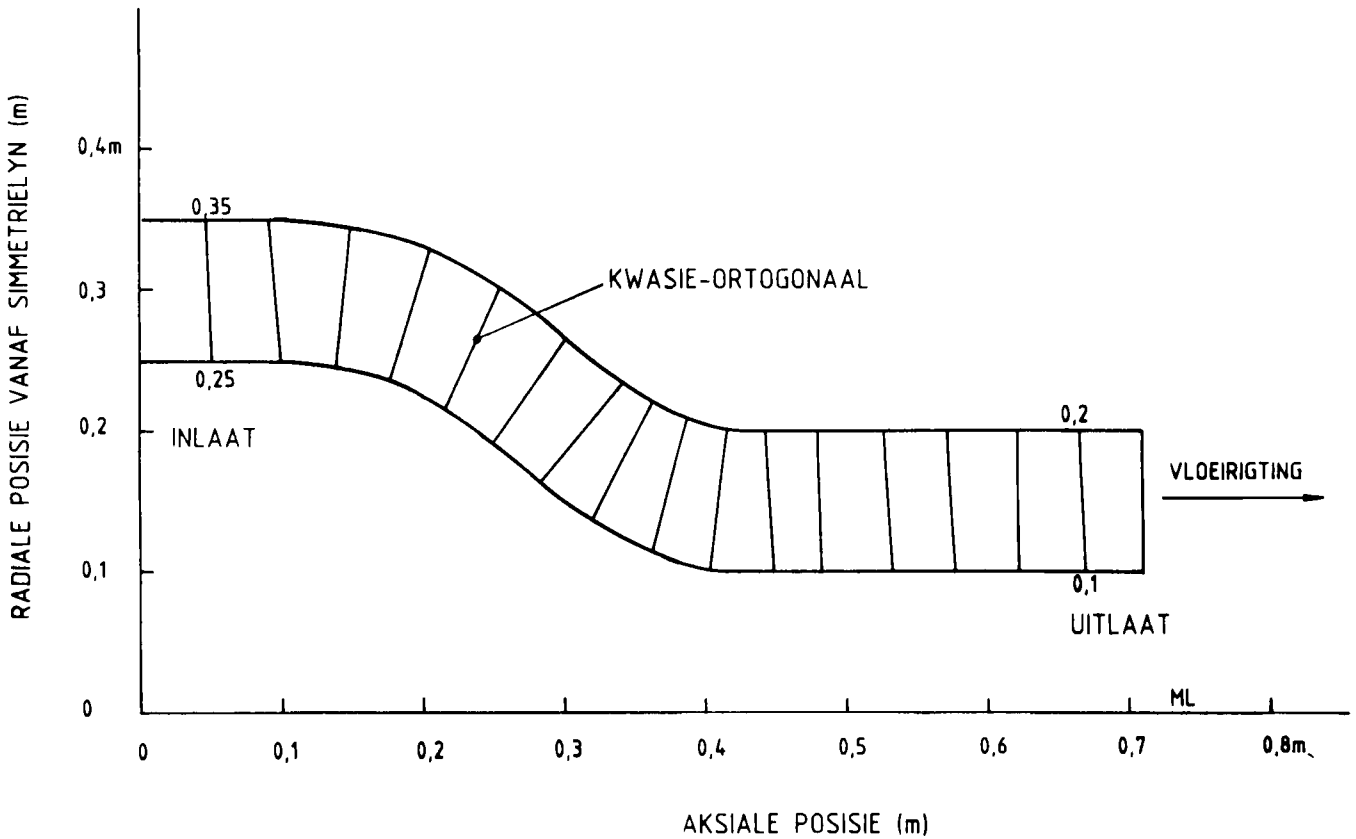
$$\frac{d^2r}{dx^2} = \left[ \frac{r_{i+1} - r_i}{x_{i+1} - x_i} - \frac{r_i - r_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right] \left[ \frac{2}{x_{i+1} - x_{i-1}} \right]$$

Hierdie vergelyking kan egter nie by die eerste en laaste stasies van 'n kanaal gebruik word nie, behalwe op die wande waar koördinate vir fopstasies vóór en ná die kanaal ingelees word. By hierdie stasies word, vir stroomlyne 2 tot  $m-1$ , aanvaar dat die afgeleides lineêr verander van binne- tot buitewand:

$$\lambda_{ij} = \lambda_{i1} + (\lambda_{im} - \lambda_{i1}) \frac{j-1}{m-1} \quad (i=1 \text{ of } i=n)$$

waar  $\lambda$  staan vir  $dr/dx$  of  $d^2r/dx^2$ .

In die voorafgaande vergelykings moet telkens verseker word dat  $\Delta x \neq 0$  om deling deur nul te verhoed. Hierdie probleem kom voor by kanale wat radiale gedeeltes bevat.



FIGUUR 8: Geometrie van Hirsch se kanaal.

**5.4 Berekening van die eerste meridionale snelheidsbenadering**

Die stroomlynkrommingsmetode verfyn voortdurend die snelheidsverdeling van die vorige iterasie. Om dit te kan doen, moet daar 'n eerste snelheidsverdeling bestaan. Gedurende die eerste stroomlynposisie-iterasie moet daar dus 'n benaderde snelheidsverdeling bereken word.

Dit word by stasie 1 gedurende die eerste stroomlynposisie-iterasie gedoen deur eenvoudig 'n konstante snelheid by die betrokke ontwerpstasie te aanvaar, wat as volg bereken is:

$$V_m = \frac{\dot{m}_d R T_{o/m}}{2\pi r_{jm} q_m P_{o/m}}$$

Vir die ander stasies word daar aanvaar dat die snelheidsverdeling aanvanklik dieselfde as by die vorige stasie is. Vir daaropvolgende stroomlynposisie-iterasies word die verdeling van die vorige iterasie telkens gebruik.

**5.5 Berekening van  $dV_m/dq$**

Die hoek  $\alpha$  in vergelyking 10 word eers soos volg bereken:

$$\alpha_U = \beta_i - \phi_U \text{ as } 0 \leq \beta_i \leq \pi/2$$

$$\alpha_U = (\pi/2 - \beta_i) - \phi_U \text{ as } \beta_i < 0$$

met

$$\phi_U = bg \tan (dr/dx)_U$$

Verder is

$$V_{uU} = \frac{r_U V_{uU}}{r_U}$$

Stagnasie-entalpie, entropie en draaimomentum bly behoue langs 'n meridionaal. Die afgeleides  $dh_o/dq$ ,  $ds/dq$  en  $dV_u/dq$  kan dus by al die knooppunte by 'n bepaalde stasie bereken word deur 'n numeriese differensiasietegniek te gebruik.

Met die aanname dat  $\partial V_m/\partial m$  gelyk is aan nul gedurende die eerste stroomlynposisie-iterasie en gedurende opeenvolgende iterasies met die waarde van  $\partial V_m/\partial m$ , soos bereken op grond van die snelheidsverdeling van die vorige stroomlynposisie-iterasie, kan  $dV_m/dq$  nou bereken word uit vergelyking 10. Die  $V_m$  aan die regterkant van die vergelyking word verkry uit die vorige iterasie.

**5.6 Integrasie van die bewegingsvergelyking vir 'n nuwe  $V_m$ -verdeling**

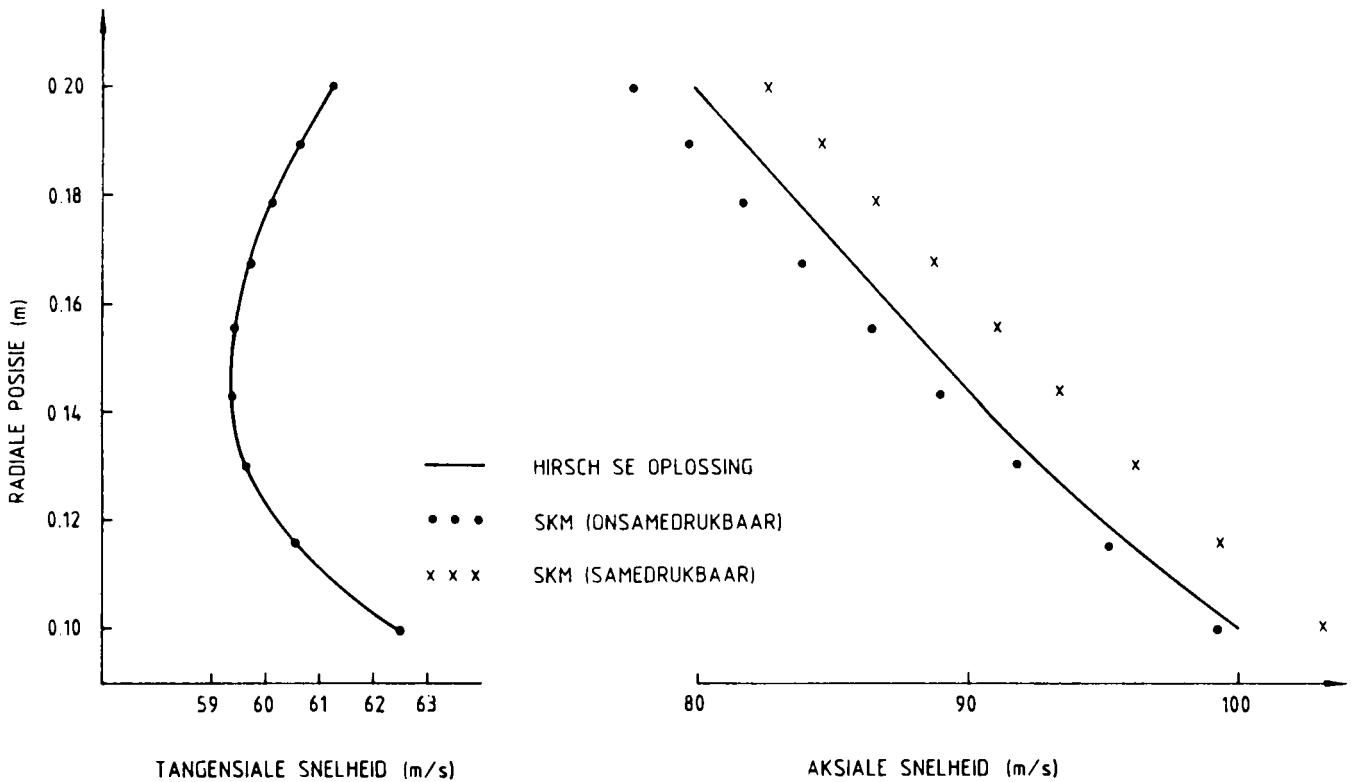
Die bewegingsvergelyking het die vorm

$$\frac{dV_m}{dq} = f(q)$$

en kan met 'n baie eenvoudige prosedure soos volg geïntegreer word, as 'n bepaalde waarde van  $V_m$  by  $q = q_m$  aanvaar is.

Vanaf die middelste stroomlyn tot by stroomlyn  $m - 1$  geld:





FIGUUR 9: Vloeitoestande by die uitlaat van Hirsch se kanaal. Die gladde kromme stel Hirsch se oplossing vir onsamedrukbare vloei voor. Snelhede wat bereken is met 'n rekenaarprogram wat gebaseer is op die prosedure van paragraaf 5, word aangedui vir samedrukbare en onsamedrukbare gevalle.

$$V_{m,j+1}^* = V_{m,j} + \left(\frac{dV_m}{dq}\right)_j (q_{j+1} - q_j)$$

$$V_{m,j+1}^{**} = V_{m,j} + \left(\frac{dV_m}{dq}\right)_{j+1} (q_{j+1} - q_j)$$

en

$$V_{m,j+1} = \frac{V_{m,j+1}^* + V_{m,j+1}^{**}}{2}$$

Vanaf die middelste stroomlyn tot by stroomlyn 2 geld:

$$V_{m,j-1}^* = V_{m,j} - \left(\frac{dV_m}{dq}\right)_j (q_j - q_{j-1})$$

$$V_{m,j-1}^{**} = V_{m,j} - \left(\frac{dV_m}{dq}\right)_{j-1} (q_j - q_{j-1})$$

en

$$V_{m,j-1} = \frac{V_{m,j-1}^* + V_{m,j-1}^{**}}{2}$$

Dit is 'n gerieflike punt in die prosedure om in ooreenstemming met paragraaf 3 te toets of die meridionale Machgetal kleiner as 1 is.

**5.7 Integrasie vir die bepaling van massavloei deur 'n bepaalde stasie**

Die integrasie van vergelyking 11 word numeries uitgevoer deur die massavloei deur elke stroombuis te bereken en vir die totale massavloei te sommer.

Massavloei per stroombuis word soos volg bereken:

$$\dot{m}_{s,j} = \frac{1}{2}(f_j + f_{j-1}) (q_j - q_{j-1})$$

waar

$$f_j = 2\pi r_j \rho_j V_m \sin \alpha_j$$

In hierdie uitdrukking word die vloeierdigtheid  $\rho$  soos volg bereken:<sup>6</sup>

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 - \frac{\gamma - 1}{2} \frac{(V_u^2 + V_m^2)}{a_0^2} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

met

$$\rho_0 = \frac{P_0}{RT_0}$$

en

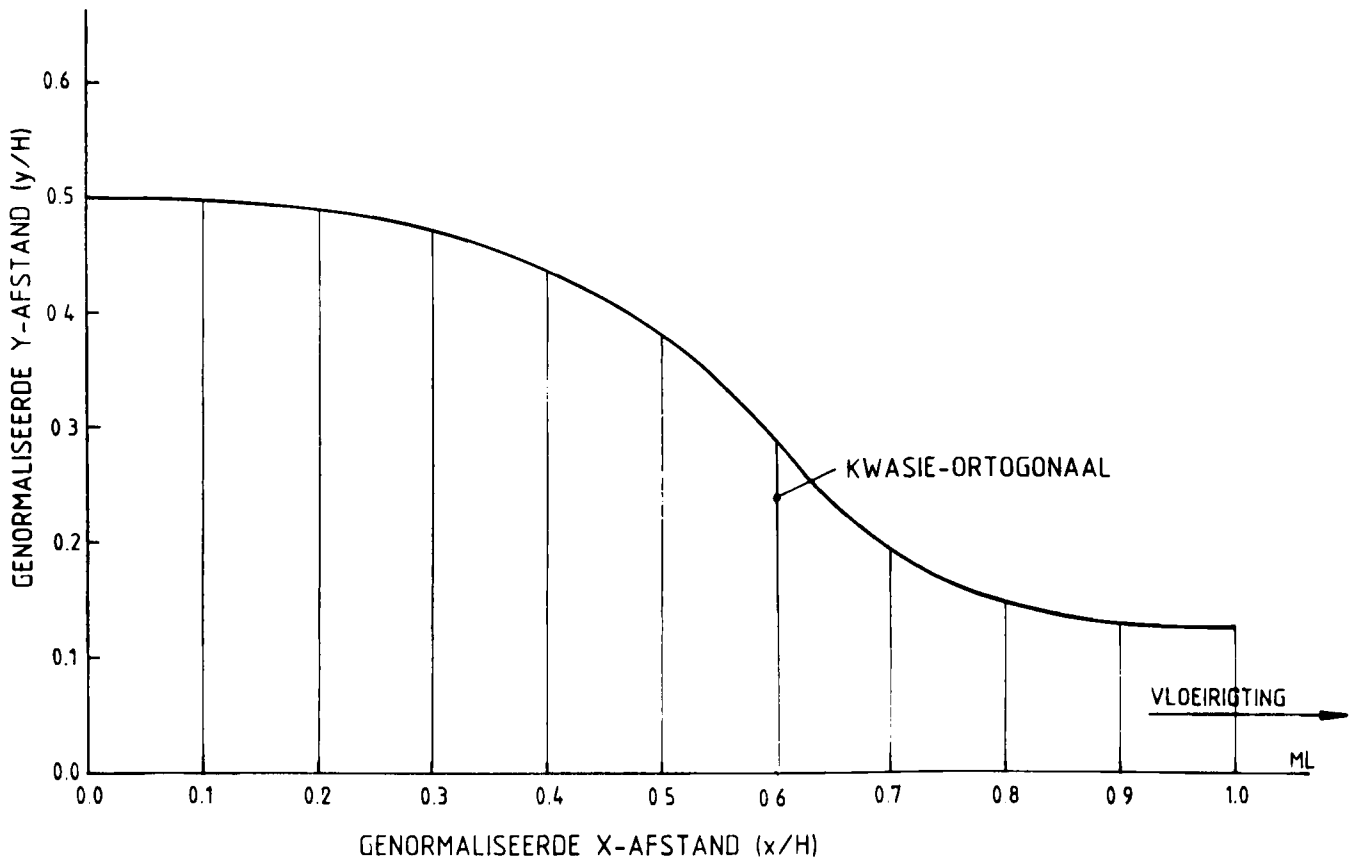
$$a_0 = \sqrt{\gamma RT_0}$$

In die geval waar onsamedrukbare vloei beskou word, is dit voldoende om te aanvaar dat  $\rho = \rho_0$ .

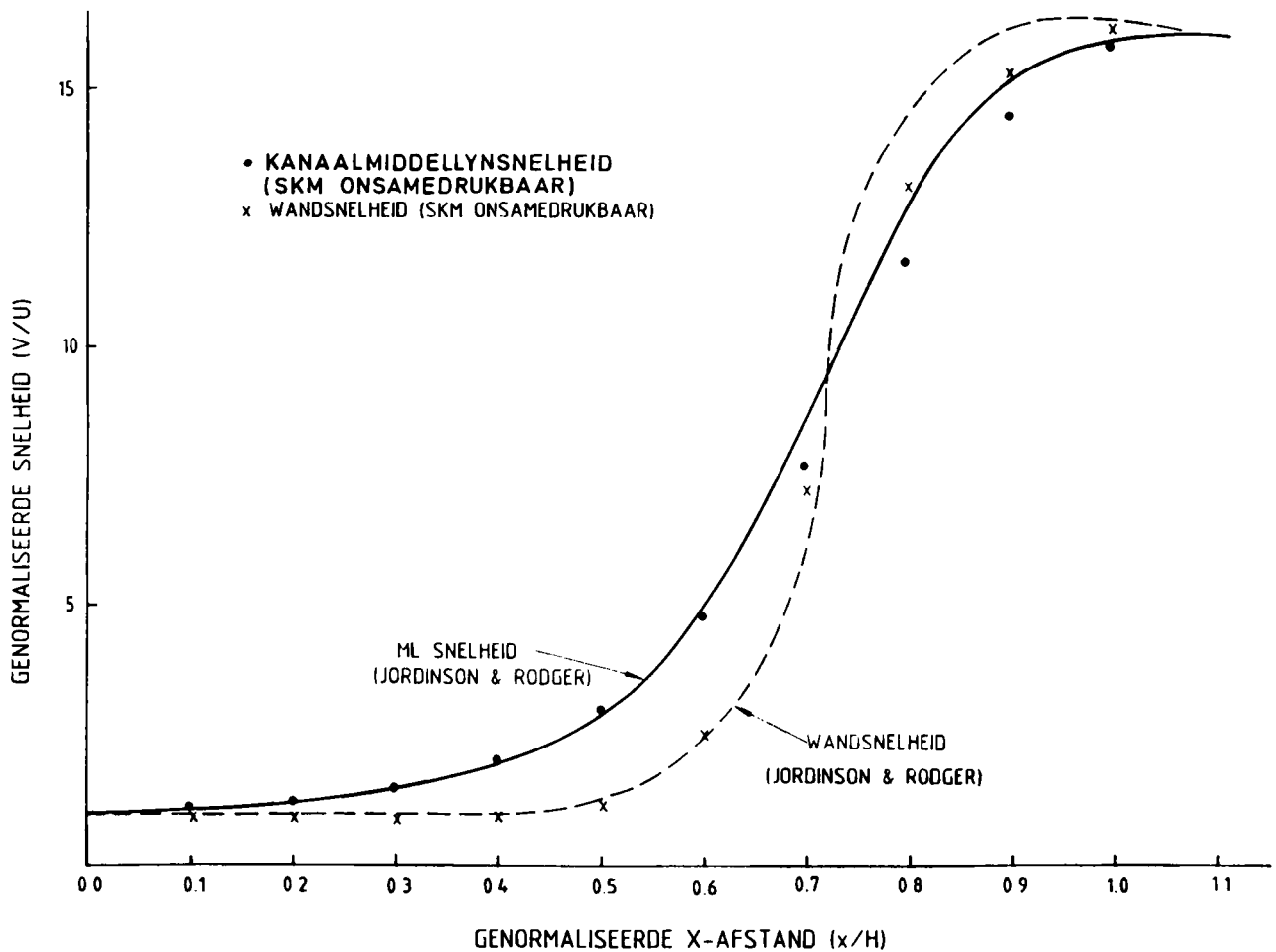
Die totale massavloei deur die kanaal word bereken deur die sommasie

$$\sum_{j=2}^m \dot{m}_{s,j}$$

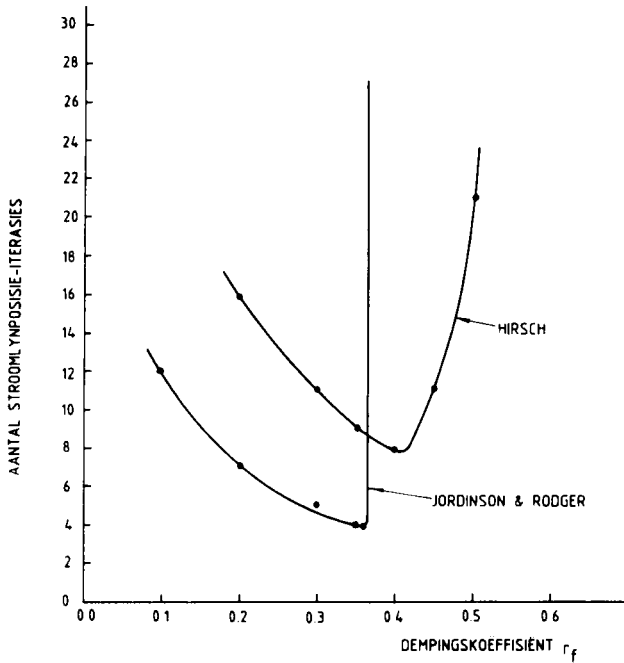
Die resultaat hiervan word vergelyk met die ontwerpvloei  $\dot{m}_a$  en as die verskil tussen hierdie twee waardes kleiner as 'n voorgeskrewe norm is, word daar voortbeweeg na die volgende berekeningstasie. Indien nie, word die meridionale snelheid op die middellyn verstel volgens die prosedure van die volgende paragraaf.



FIGUUR 10: Geometrie van Jordinson en Rodger se kanaal.  $H$  is die stroomopkanaaldeursnit.



FIGUUR 11: Genormaliseerde snelhede langs die kanaal-middellyn en teen die kanaalwand.  $H$  is die stroomopkanaaldeursnit en  $U$  die stroomopsnelheid. Snelhede wat bereken is met 'n rekenaarprogram wat gebaseer is op die prosedure van paragraaf 5, word vir die onsamedrukbare geval aangedui.



FIGUUR 12: Aantal stroomlynposisie-iterasies vir bevredigende konvergensie as funksie van die dempingskoeffisiënt vir berekening van vloei deur Hirsch sowel as Jordinson en Rodger se kanale.

### 5.8 Verstelling van meridionale snelheid op die middellyn

Ter wille van duidelikheid en om die gebruik van veelvuldige onderskrifte te beperk, word die meridionale snelheid op die middellyn wat elders deur  $V_{m,jm}$  voorgestel sou word, in hierdie paragraaf aangedui deur  $V_m^o$ .

Die eerste punt  $P_1$  op figuur 6 word bereken met  $V_{m1}^o$  gelyk aan die  $V_m^o$ -waarde van paragraaf 5.4 'n Tweede punt  $P_2$  word daarna bereken met  $V_{m2}^o$  gelyk aan  $0,97 \times V_{m1}^o$ .

$V_{m3}^o$  – die waarde van  $V_m^o$  wat ooreenstem met  $P_3$  – word dan uit die volgende formule bereken:

$$\frac{\dot{m}_d - \dot{m}_1}{V_{m3}^o - V_{m1}^o} = \frac{\dot{m}_2 - \dot{m}_1}{V_{m2}^o - V_{m1}^o}$$

Verdere verstellers vind plaas deur toepassing van die vergelyking:

$$\frac{\dot{m}_d - \dot{m}_{k-2}}{V_{m,k}^o - V_{m,k-2}^o} = \frac{\dot{m}_{k-1} - \dot{m}_{k-2}}{V_{m,k-1}^o - V_{m,k-2}^o}$$

waar  $k$  die nommer van die massavloei-iterasie is.

Daar word met hierdie opeenvolgende verstellers volgehou totdat die berekende massavloei by die bepaalde stasie goed genoeg ooreenstem met die ontwerpwaarde  $\dot{m}_d$ .

### 5.9 Berekening van $\partial V_m / \partial m$

Berekening van  $\partial V_m / \partial m$  volg altyd een stroomlynposisie-iterasie agter die berekening van  $dV_m / dq$ . Soos tevore bespreek, is die invloed van die  $\partial \Theta_m / \partial m$ -term klein as die kwasi-ortogonale min of meer loodreg op die stroomlyne gekies word, en die volgende benadering kan dan gebruik word:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_m}{\partial m} &\approx \frac{\Delta V_m}{\Delta m} \\ &\approx \frac{\Delta V_m}{\sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (r_i - r_{i-1})^2}} \end{aligned}$$

Die stroomlyn word dus benader deur die berekening-stasies met reguit lyne te verbind.

### 5.10 Berekening van nuwe stroomlynposisies

In paragraaf 5.7 word die geakkumuleerde massavloei tussen die binnewand en elke stroomlyn bereken. Dit kan gestip word as funksie van die afstand langs die kwasi-ortogonaal (kruisies op figuur 7).

'n Kromme kan deur hierdie punte gepas word met  $m$  as onafhanklike en  $q$  as afhanklike veranderlike.

Die berekeningsprosedure vereis nou dat elke stroombuis  $1/(m-1) \times 100\%$  van die vloei moet dra. Met hierdie voorwaarde kan 'n interpolasietegniek weer gebruik word om ooreenstemmende  $q$ -waardes te bereken. Die verskil  $\Delta q_j$  tussen die werklike  $q$ -waarde van knooppunt  $j$ , en die nuutberekenende  $q$ -waarde wat in ooreenstemming is met die voorwaarde dat elke stroombuis dieselfde massavloei moet dra, is 'n aanduiding van die stroomlynposisie-verstelling wat nodig is om die bewegingsvergelyking te bevredig.

In die praktyk word gevind dat hierdie verstelling normaalweg gedemp moet word om konvergensie van die prosedure te bewerkstellig. Dit word soos volg gedoen:

$$q_{ij,\ell} = q_{ij,\ell-1} + r_f \Delta q_j$$

waar  $r_f < 1$  en  $\ell$  verwys na die nommer van die stroomlynposisie-iterasie. Tipiese waardes van  $r_f$  word in paragraaf 6 gegee.

### 5.11 Berekening van nuwe knooppoördinate

Ná verstelling van die  $q$ -waardes moet nuwe knooppoördinate bereken word.

$$x_{ij} = q_{ij} \cos \beta_i + x_{i1}$$

$$r_{ij} = q_{ij} \sin \beta_i + r_{i1}$$

Die prosedure loop ten einde wanneer die maksimum verstelling van die stroomlynposisie by alle punte in die vloeiveld, kleiner as 'n voorgeskrewe waarde is.

## 6. TOETS VAN DIE PROSEDURE

Die voorafgaande prosedure is vervat in 'n rekenaarprogram SKM<sup>10</sup> wat getoets is teen twee toets gevalle uit die literatuur.

Die eerste geval is gerapporteer deur Hirsch<sup>11</sup> en is 'n ringvormige, assimetrisie kanaal met 'n geforseerde werwel ( $V_w = 100$  r) wat op 'n gelykmatige aksiale snelheid gesuperponeer is. Die massavloei deur die kanaal is 10 kg/s. Die kanaalgeometrie – wat met behulp van 'n versyfertablet uit Hirsch se publikasie oorgeneem is – word grafies in figuur 8 weergegee.

Hirsch beskou onsamedrukbare vloei en bereken

die aksiale en tangensiale snelheid by die uitlaat van die kanaal met behulp van 'n eindige-elementrekenaarprogram. Dié oplossing word in figuur 9 deur die soliede lyne voorgestel.

Oplossing met SKM lewer 'n goeie ooreenkoms met Hirsch se oplossing vir beide snelheidskomponente by die uitlaat van die kanaal. Die klein afwyking in aksiale snelheid is waarskynlik as gevolg van effens verskillende vloeiërdigthede wat by implikasie vir die twee gevalle aanvaar is. Hirsch is nie duidelik oor die waarde wat hy gebruik nie. Vir die SKM-lopie is  $1,225 \text{ kg/m}^3$  gebruik, wat ooreenstem met 'n stagnasiedruk van  $101\,325 \text{ Pa}$ , 'n stagnasietemperatuur van  $288 \text{ K}$  en 'n gaskonstante van  $287,041 \text{ J/kgK}$ .

'n Lopie is ook gedoen in die geval waar samedrukbaarheidseffekte nie verwaarloos is nie. Soos verwag, is die aksiale snelheid in hierdie geval hoër as by die onsamedrukbare geval. Dit is as gevolg van die afname in digtheid wat gepaard gaan met die versneling in die vloeiërigting.

By die oplossing van die vloei deur Hirsch se kanaal was dit nodig om die meridionale snelheid by die inlaat konstant en gelykmatig te hê. In hierdie bepaalde geval kan die verlangde entropiegradiënt direk uit vergelyking 10 bereken word.

By die inlaat van hierdie kanaal vereenvoudig vergelyking 10 na:

$$V_m \frac{dV_m}{dr} = -T \frac{ds}{dr} - \frac{V_u}{r} \frac{d(rV_u)}{dr}$$

Die vereiste dat  $dV_m/dr=0$  orals by die inlaatstasie, lewer:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dr} &= \frac{-1}{T} \frac{V_u}{r} \frac{d(rV_u)}{dr} \\ &= \frac{-1}{T} \frac{100r}{r} 2.100r \\ &= \frac{-20\,000r}{T} \end{aligned}$$

Die entropie word gelyk aan nul op enige verwykingstroomlyn gestel en 'n goeie benadering vir die entropie op aanliggende stroomlyne word verkry met

$$s_{j+1} = s_j - \frac{20\,000}{T_j} r_j (r_{j+1} - r_j)$$

Die tweede geval onder beskouing is die konvergente mondstuk van figuur 10. Jordinson en Rodger<sup>12</sup> gee hiervoor 'n numeriese oplossing wat deur Morel bereken is (figuur 11). Hierdie oplossing is ook vir onsamedrukbare vloei. 'n Samedrukbare vloei-analise kon nie gevind word om dié faset van die berekeningsprosedure te toets nie.

Ooreenstemming met Morel se oplossing is redelik goed behalwe by  $x/H$ -waardes rondom 0,8, waar  $H$  die stroom-op-kanaaldeursnit is. Dit is waarskynlik grotendeels omdat die kanaalgeometrie (sowel as die snelheidsverdelings) van 'n swak gedefinieerde diagram afgeskaal moes word. Dit is bekend dat die stroomlynkrommingsmetode baie sensitief is vir wandkromming.<sup>5</sup>

Met hierdie mondstuk word die toepaslikheid van die prosedure – wat eintlik ontwikkel is vir ringvormige kanale – ook geïllustreer vir die geval waar 'n kanaal geen middelstuk het nie. Vergelyking 10 is ongedefinieer by  $r=0$ , maar is steeds bruikbaar as  $r$  'n klein waarde soos byvoorbeeld  $0,0001 \text{ m}$  aanneem. In beginsel word die prosedure dus steeds vir 'n annulus met 'n dun middelstuk toegepas.

Die stroomlynkrommingsmetode raak numeries onstabiel as gevolg van oorkorreksie wat plaasvind wanneer nuutberekende stroomlynposisies sonder enige demping vir berekening van stroomlynkromming en meridionale vloeihoëke gebruik word. Om hierdie rede is 'n verandering in die stroomlynposisie gedemp met 'n dempingskoëffisiënt, soos gedefinieer in paragraaf 5.10.

As die dempingskoëffisiënt té klein is, word onnodig baie stroomlynposisie-iterasies benodig vir konvergensie, terwyl 'n té groot dempingskoëffisiënt divergensie veroorsaak.

Vir beide toetsgevalle is daar ondersoek ingestel na die benodigde aantal stroomlynposisie-iterasies vir konvergensie van die oplossing, as funksie van die dempingskoëffisiënt. Hieruit lyk dit asof 0,3 as 'n tipiese waarde gebruik kan word (figuur 12).

## ERKENNING

Die skrywer bedank graag die Nasionale Instituut vir Lugvaartkunde en Stelseltegnologie, waar 'n groot deel van hierdie werk gedoen is, vir toestemming om dit te mag publiseer, asook prof. P.C. Haarhoff vir nuttige samesprekings.

## VERWYSINGS

1. Smith, L.H. (1966). The radial-equilibrium equation of turbomachinery, *J. Engng Pwr*, 88, 1-12.
2. Novak, R.A. (1967). Streamline curvature computing procedures for fluid-flow problems, *J. Engng Pwr*, 89, 478-490.
3. Frost, D.H. (1970). A streamline curvature through-flow computer program for analysing the flow through axial-flow turbomachines, *Rep. Memo. Aeronaut. Res. Coun.*, 3687, 1-35.
4. Vavra, M.H. (1950). Steady flow of nonviscous elastic fluids in axially symmetric channels. *J. Aeronaut. Sci.*, 17, 149-157.
5. Davis, W.R. & Millar, D.A.J. (1975). A comparison of the matrix and streamline curvature methods of axial flow turbomachinery analysis, from a user's point of view. *J. Engng Pwr*, 97, 549-560.
6. Vavra, M.H. (1974). *Aero-thermodynamics and flow in turbomachines* (Krieger, New York).
7. Hattings, H.V. (1981). Cruise flight duration of a low Mach number ramjet. *J. Aircraft*, 18, 425-430.
8. Rogers, G.F.C. & Mayhew, Y.R. (1972). *Engineering thermodynamics work and heat transfer* (Longmans, Londen).
9. Novak, R.A. (1976). Flow field and performance map computation for axial-flow compressors and turbines. *AGARD Lecture Series*, 83, 1-27.
10. Heyns, P.S. (1982). 'n Ondersoek na 'n turbine vir 'n laekoste turbostralenjin. (M.Ing.-verhandeling, Universiteit van Pretoria).
11. Hirsch, C. (1979). Finite element calculations of turbomachinery flows. *Von Karman Institute Lecture Series*, 1979-7. 1-59.
12. Jordinson, R. & Rodger, J.G. (1981). On an approximation to the flow through axi-symmetric contracting ducts. *Aeronaut. Q.*, 32, 72-81.