Die nut van kriging in gravitasie-opnames

G.J. van Tonder
Instituut vir Grondwaterstudies, Posbus 339, U.O.V.S., Bloemfontein 9300

J.F. Botha
Instituut vir Grondwaterstudies, Posbus 339, U.O.V.S., Bloemfontein 9300

F. Wiegmans
Afdeling Geohidrologie, Departement van Waterwese, Privaatsak X313, Pretoria 0001

UITTREKSEL

Ondersoek is ingestel na die gebruik van kriging as hulpmiddel by die gravitasiemetode vir die opsporing van verweerde sones in die dolomitiese gebiede van Suid-Afrika. Na 'n kort bespreking van die basiese beginsels van kriging, word die metode toegepas op die Bouguer-anomaliewaardes, soos waargeneem op 'n deel van die Zuurbekomkompartement. Daar word getoon dat die aantal waarnemingspunte met tot soveel as 90 persent verminder kan word, sonder 'n noemenswaardige verlies van akkuraatheid in die bepaling van die geskatte volumes verweerde dolomiet.

ABSTRACT

The use of kriging in gravity-surveys

The present investigation is mostly concerned with the contribution that kriging can make towards reducing the number of observed gravity measurements necessary for a reliable estimate of the volume weathered dolomite in the dolomitic areas of South Africa. After a brief introduction, the method is applied to the Bouguer anomaly values of a part of the Zuurbekom Compartment. It is shown that by using kriging, the number of measurings stations can be reduced by op to 90 per cent without affecting the accuracy of the calculation of the estimated volume of the weathered dolomite adversely.

1. INLEIDING

Dolomitiese gesteentes word as gevolg van hul goeie sekondêre poreusheid dwarsoor die wêreld beskou as van die heel beste akwifere. As in ag geneem word dat ongeveer 39 000 vk km van Suid-Afrika deur dolomiete onderlê word, kan die opsporing van verweringsones in hierdie gebiede 'n groot bydrae lewer tot die algemene waterhuishouding van die land. Veral in die droër en minder ontwikkelde streke, soos dele van Noordwes-Kaapland en Wes-Transvaal, kan die ontwikkeling van hierdie waterbron groot voordele inhou.

Een van die doeltreffendste metodes vir die opsporing van verweringsones in dolomiete is die gravitasiemetode. Die verkryging van veldmetings wat benodig word vir so 'n gravitasieopname is egter 'n duur en tydrowende proses. Die steeds stygende vraag na water in die R.S.A. vereis dat aandag aan die voorkoms van grondwater in die dolomitiese gebiede geskenk moet word. 'n Gravimetriese ondersoek van die gebied op die gewone skaal van metings op byvoorbeeld 'n 100 m by 100 m ruit is, gesien uit die mannekragposisie en finansiële oogpunt, net eenvoudig 'n onbegonne taak. 'n Gedetailleerde ondersoek van 'n deel van die Zuurbekomkompartement naby Johannesburg is egter enkele jare gelede deur die Geologiese Opname uitgevoer. Die Instituut vir Grondwaterstudies aan die Universiteit van die Oranje-Vrystaat is deur die Afdeling Geohidrologie van die Departement Omgewingsake en Visserye genader, met die versoek dat hierdie data gebruik word om te kyk of daar nie 'n metode gevind kan word waardeur die aantal waarnemingspunte in 'n gravitasie-opname sonder enige noemenswaardige verlies van akkuraatheid, verminder kan word nie.

In 'n ondersoek na metodes vir die interpolasie van seismiese snelhede het Haas en Viallix[1] gevind dat kriging meer doeltreffend vir hierdie doel as enige van die meer bekende metodes, soos die afstandsgeweegde- en tendensanalisemetodes, gebruik kan word. Hulle spreek verder ook die mening uit dat kriging ook voordelig op Bouguer-anomaliewaardes in gravitasie-opnames toegepas kan word.

Die metode van kriging is 'n uitgebreide onderwerp en word goed in die literatuur bespreek.[2] In die volgende paragraaf sal dus slegs kortliks na die beginsels wat hier van belang is, gekyk word. Daarna sal 'n bespreking volg van die toepassing van die krigingmetode op die beskikbare gegewens.

2. BASIESE BEGINSELS VAN KRIGING

Inherent aan dié metode is die idee van 'n ruimtelik afhanklike veranderlike wat deur die semi-variogramfunksie (Matheron):[3]

$$\gamma(h) = 1/2N(h)) \sum_{i=1}^{N(h)} (Z(x_i) - Z(x_i + h))^2$$

voorgestel kan word (N(h) = aantal pare afstand h van mekaar).

Gestel daar bestaan 'n versameling van n-waardes $Z(x_i)$ en dat waarde Z_o, wat nie noodwendig met die $Z(x_i)$ saamval nie, verlang word. Die metode van kriging bestaan nou daaruit dat hierdie waarde Z_o bereken word uit 'n lineêre kombinasie van die $Z(x_i)$:

$$Z_o^* = \sum_{i=1}^{n} a_i Z(x_i)$$

onderhewig aan die volgende voorwaardes:

– Die berekende waarde moet onsydig wees, d.w.s.

$$E[Z_o^* - Z_o] = 0, \text{ sodat } \sum_{i=1}^{n} a_i = 1$$

– Die beramingsvarians moet 'n minimum wees, d.w.s.

$$\sigma^2 = E[Z_o^* - Z_o)^2] = \text{minimum}.$$

Minimering van hierdie beramingsvarians lei tot die volgende matriksvergelyking:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2n} & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{10} \\ \gamma_{20} \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma_{no} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Die 95 persent-betroubaarheidsinterval van die waarde Z_o, word in terme van die beramingsvarians gegee deur:

$$Z_o^* = \sum_{i=1}^{n} a_i Z(x_i) \pm 2\sigma$$

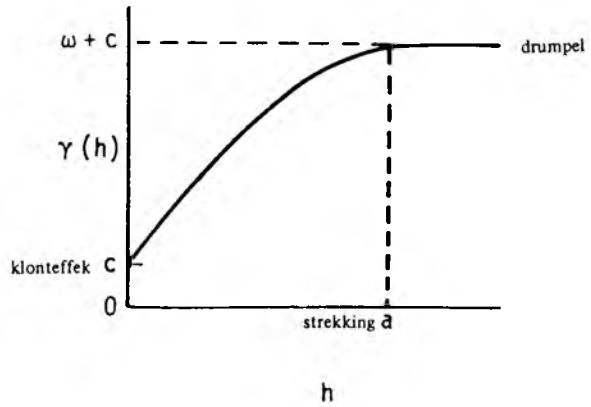
Die eksperimentele semi-variogram is slegs puntsgewys bekend. Om die waardes van die koëffisiëntematriks in vergelyking (1) te bereken, word vereis dat een of ander kromme aan die punte gepas moet word. Konvensionele modelle van passing is die sferiese, eksponensiële, Gauss-, de Wijs- en paraboliese model (sien figuur 1).

3. INTERPOLASIE VAN BOUGUER-ANOMALIEWAARDES IN DIE ZUURBEKOMKOMPARTEMENT

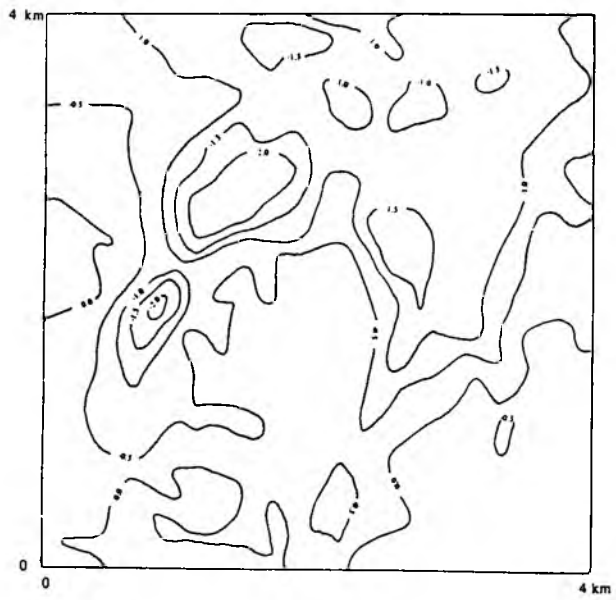
Die veldmetings in die Zuurbekomkompartement is op 100 m by 100 m ruit oor 'n 16 vierkante kilometer gedeelte van die gebied uitgevoer (sien figuur 2 vir die handkontoere van die 1 600 Bouguer-anomaliewaardes). Die waardes word soos gebruiklik in miligals uitgedruk (1 miligal = 10^{-5}m/s^2).

Die eksperimentele semi-variogram, bepaal van die 1 600 waardes, word in figuur 3 getoon. Soos blyk uit die figuur, pas 'n sferiese model met 'n klonteffek C = 0,013 die waardes goed. Vervolgens is 81 waardes op 'n 500 m by 500 m ruit uit die gegewe data geselekteer.

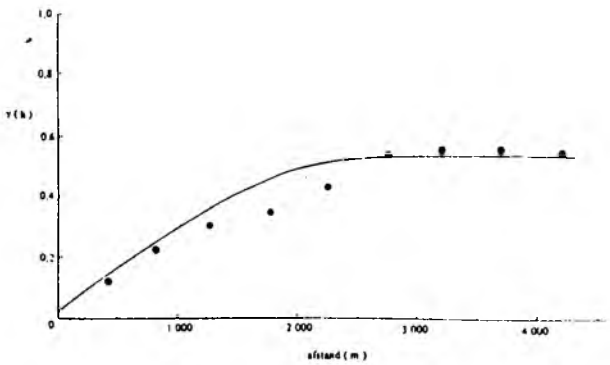
'n Kontoerkaart, gebaseer op die 81 waardes, is vervolgens met behulp van kriging daargestel en word in figuur 4 getoon. Gesien in die lig van die feit dat hierdie kaart gebaseer is op 5,06 persent van die



FIGUUR 1: Voorbeeld van die sferiese passingsmodel.



FIGUUR 2: Handkontoere (miligals) van Bouguer-anomaliewaardes van die Zuurbekomkompartement soos verkry m.b.v. 1 600 waardes.



FIGUUR 3: Eksperimentele semi-variogram van die Bouguer-anomaliewaardes en die beste sferiese passingsmodel.

aantal datapunte in figuur 4, is die ooreenstemming nogal verbasend goed. Die enigste rede tot klate is waarskynlik die verswakking in oplosvermoë van sekere waargenome anomalieë.

Die krigingvarians vir die 81 datapunte het getoon dat die grootste leemtes presies tussen elke vier datapunte voorkom. Hierdie 64 datapunte is vervolgens by die 81 gevoeg en die 145 datawaardes is weer onderwerp aan kriging. Die ooreenstemmende kontoerkaart word in figuur 5 getoon. Soos verwag kan word, lewer hierdie 145 datapunte kontoere wat meer ooreenstemmend met dié van die 1 600 punte is.

TABEL 1
Geskatte volume verweerde dolomiet tesame met die persentasiefout

Aantal waarnemingspunte	Volume (miljoen m³)	Persentasie-fout
1 600	1 074,74	—
81	1 064,15	1,1
145	1 073,39	0,12

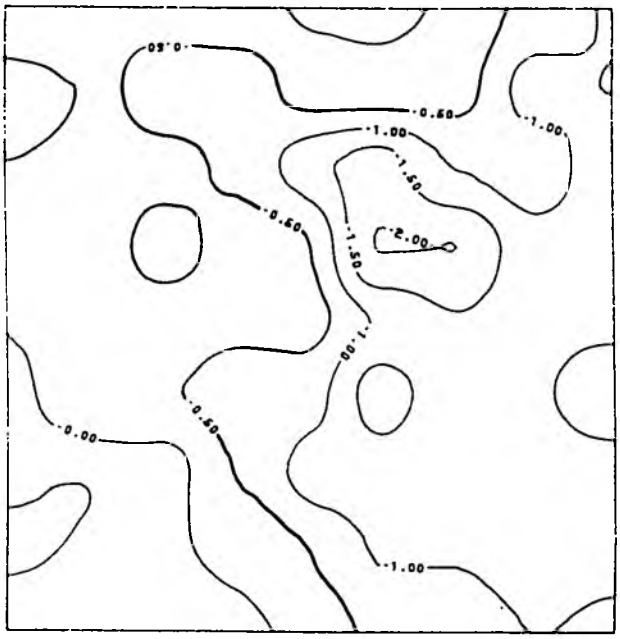
4. DIE BEPALING VAN VOLUMES

Soos wel bekend, weerspieël die waargenome Bouguer-anomaliewaardes in groot mate die niehomogeniteit van die digtheid van die aarde se boonste lae. Deur dit dus te interpreteer, kan daar 'n goeie skatting van die omvang van verweerde sones in 'n gegewe gebied gemaak word. In hierdie ondersoek is daar vir dié doel gebruik gemaak van die tweedimensionele gravitasieprogram van die Geologiese Opname.[4]

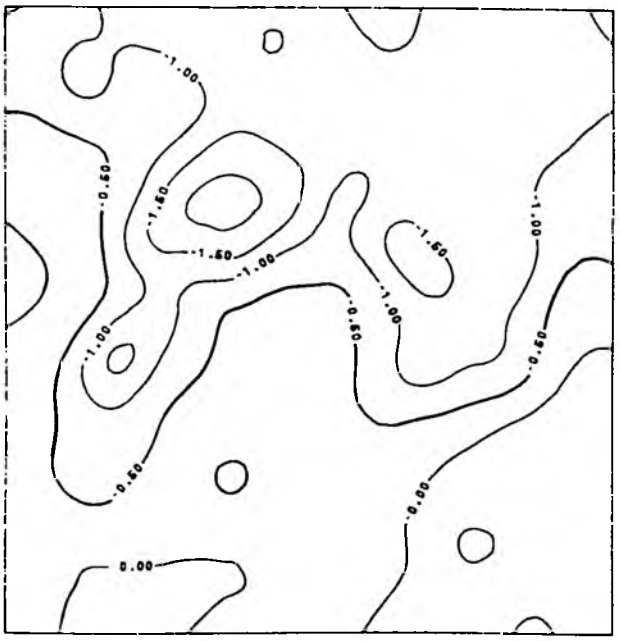
Die verweringsdieptes soos met die 81, 1 600 en 145 waardes verkry, word onderskeidelik in figure 6, 7 en 8 getoon. Met hierdie waardes bekend, kan die volume van die verweerde sones nou geredelik maklik met behulp van numeriese integrasie bepaal word. Vir dié doel is dit slegs nodig om die gebied in 'n aantal gelyk verspreide elemente op te deel, soos in figuur 9 getoon, en deur die verweringsdieptes by elke knooppunt met behulp van kriging of 'n ander geskikte metode te bereken. Vervolgens word daar grafieke van die dieptes langs elkeen van die lyne parallel aan die x-as (of indien verkies y-as) getrek. 'n Tipiese voorbeeld van so 'n grafiek vir lyn AA in figuur 9 word in figuur 10 getoon. Dit is nou baie maklik om met behulp van Simpson se reël of enige ander soortgelyke numeriese integrasietegniek die oppervlakte tussen die dieptekromme en 'n gegewe lyn, soos die watervlaklyn BB in figuur 10, te bepaal. Nadat hierdie proses deurgevoer is vir al die lyne parallel aan die x-as, kan daar weer 'n grafiek van hierdie waardes langs 'n lyn parallel aan die y-as, en wat die x-as halveer, getrek word. Die numeriese integrasie van hierdie waardes en die gegewe vaste lyn lewer dan die volume van die verweerde sones.

By die werklike toepassing van die metode is dit natuurlik nie nodig om elkeen van die grafieke werklik te gaan trek nie, maar kan bestaande rekenaarprogramme soos SIMSP in Carnahan *et al.*[5] gebruik word. Let egter net daarop dat as Simpson se reël gebruik word, die gebied altyd in 'n ewe aantal elemente (onewe aantal knooppunte) verdeel moet word.

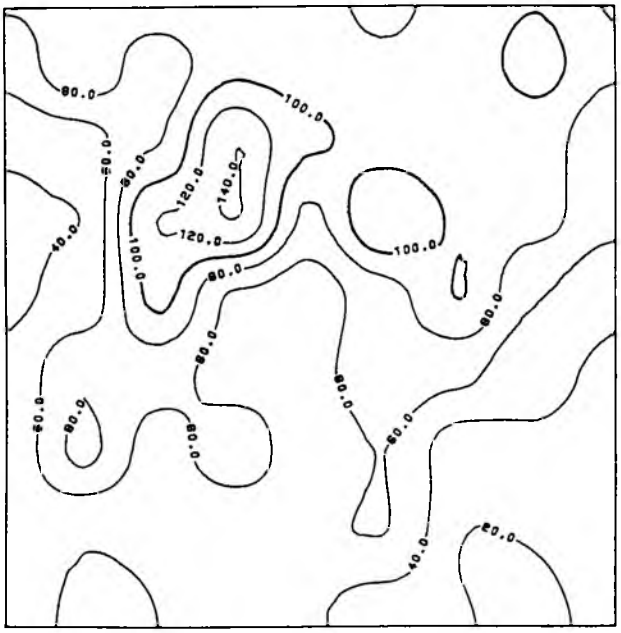
In die onderhawige studie is die gebied in 41 profiele op afstande van 100 meter langs beide die x- en y-asse verdeel. Die geskatte volume verweerde dolomiet is toe bereken vir elk van die data verkry vanaf die 1 600, 81 en 145 waarnemingspunte (sien tabel 1).



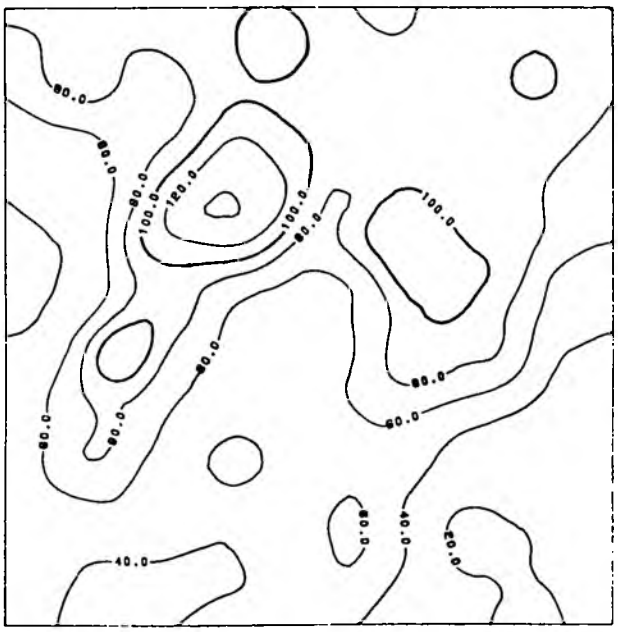
FIGUUR 4: Bouguer-anomaliekontoere van die Zuurbekomkompartement soos m.b.v. kriging en 81 waardes verkry.



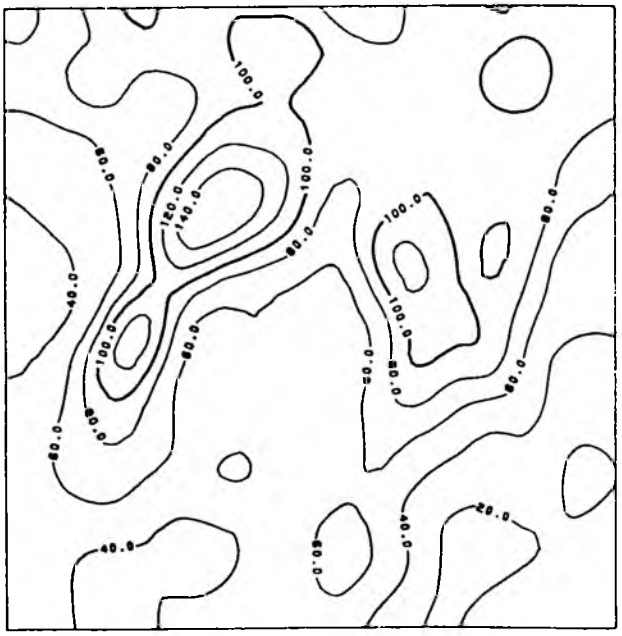
FIGUUR 5: Bouguer-anomaliekontoere van die Zuurbekomkompartement soos m.b.v. kriging en 145 waardes verkry.



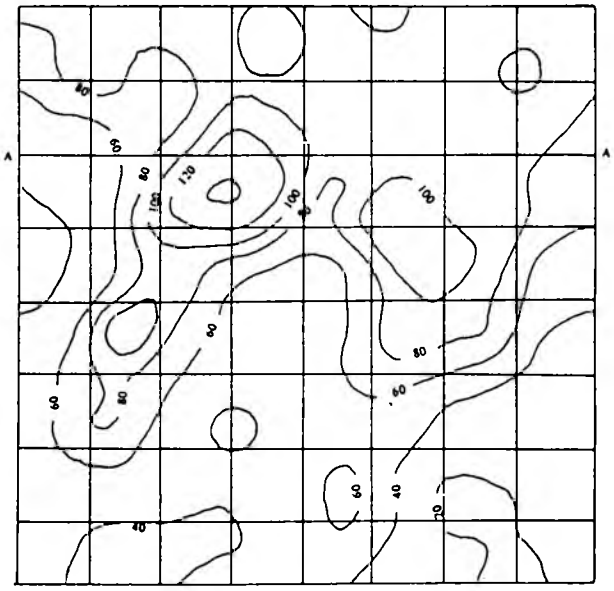
FIGUUR 6: Diepte van verwering in meter van die dolomiet in die Zuurbekomkompartement soos m.b.v. 1 600 waardes.



FIGUUR 8: Diepte van verwering in meter van die dolomiet in die Zuurbekomkompartement soos m.b.v. kriging en 145 datapunte verkry.



FIGUUR 7: Diepte van verwering in meter van die dolomiet in die Zuurbekomkompartement soos met 1 600 datapunte verkry.

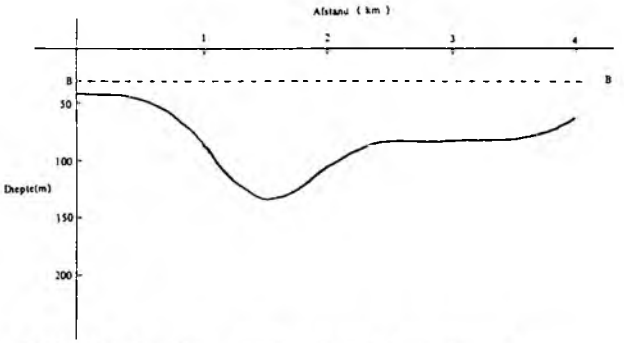


FIGUUR 9: Verdeling van die gebied in gelykverspreide intervalle ten einde numeriese integrasie uit te voer.

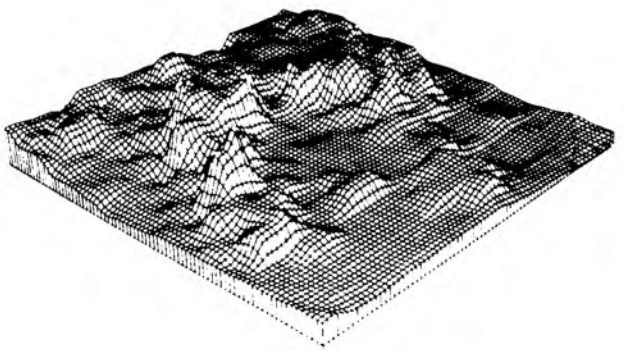
Hiervolgens bevat die volumeskatting, gebaseer op die 81 waardes, slegs 'n persentasiefout van 1,1 relatief tot die skatting gebaseer op die 1 600 waardes. Die skatting gebaseer op die 145 waardes besit slegs 'n 0,12 persentasiefout. Daar kan dus vir alle praktiese doeleindes aanvaar word dat die driedimensionele voorstelling van die diepte van verwering, soos verkry uit die 145 datapunte en in figuur 1 getoon, 'n redelik goeie weergawe van die verweerde sones in die betrokke gebied weergegee.

5. GEVOLGTREKKING

Hierdie gevallestudie toon aan dat indien kriging gebruik word vir interpolasie, slegs 5 persent van die oorspronklike hoeveelheid waarnemings in staat was om die geskatte volume verweerde sones in die dolomiet akkuraat te voorspel. In die praktyk sal 'n mens die prosedure waarskynlik effens wysig. Aanvanklik kan daar moontlik met 'n gravitasie-opname op 'n 500 m by 500 m ruitpatroon begin word. Nadat die kontoere met behulp van kriging verkry is, kan



FIGUUR 10: Profiel deur lyn AA in figuur 9.



FIGUUR 11: Driedimensionele voorstelling van die diepte van verwering van die dolomiete in die Zuurbekomkompartement. Dieptes wys volgens konvensie boontoe.

leemtes en/of plekke van relatief dieper verwering geïdentifiseer word. Meer gedetailleerde metings behoort dan by hierdie plekke in die veld uitgevoer te word. Deur hierdie waardes by die reeds bekende te voeg en die hele proses te herhaal, behoort die geskatte volumes van sulke verweerde sones in beginsel tot enige raad van akkuraatheid te kan word.

6. BEDANKINGS

Graag word dr. R. Kleywegt, van die Geologiese Opname, bedank vir die beskikbaarstelling van die gravimetriesedata (Outeursregvergunning 8023 van 20-10-83 van Staatsdrukker). Ook word mnr. J.R. Vegter van die Departement Omgewingsake bedank, van wie die oorspronklike gedagte vir hierdie navorsing gekom het.

7. VERWYSINGS

1. Haas, A.G. & Viallix, J.R. (1976). Kriging applied to geophysics: The answer to the problem of estimates and contouring *Geophysical Prospecting*, Vol. 24, 49-69.
2. Journel, A.G. & Huijbregts, C.J. (1978). *Mining geostratistic* (Academic Press, London).
3. Matheron, G. (1963). Principles of geostatics, *Econ. Geol.*, 58, 1246-1266.
4. Harper, J.B. (1980). A Fortran IV and HPL Programme for the solution of the inverse problem in two-dimensional gravity modelling, *Report No. 1980-0122, Geological Survey*, Pretoria.
5. Carnahan, B., Luther, H.A. & Wilkes, J.O. (1969). *Applies numerical methods* (John Wiley and Sons, New York).